

ME-04 Linear Systems & Matrix Representation

Source PDF pages 12-16 (second half of p.12 onward)

Translate linear equations into $Ax=d$, preserve variable and equation order, and interpret coefficients and solutions without assuming that matrix notation proves feasibility.

[Foundations](#) | [Derivations](#) | [Source examples](#) | [Worked example](#) | [Independent practice](#) | [Türkçe support](#) | [Hint levels 1 and 2](#) | [Solutions and English interpretations](#) | [Reflection and retry](#)

Before you start

What do I already understand, and which step do I need to explain?

Do not mark a skill “alone” just because a solution looks familiar. A useful attempt includes the model, the operations, the check and the interpretation.

Foundations

Many equations, one organized statement

A system of m linear equations in n unknowns can be written as $Ax=d$. Each row of A belongs to an equation; each column belongs to a variable in a declared order. Writing the system compactly does not solve it yet.

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = d_i \quad \text{for } i=1, \dots, m$$

Symbol	English meaning	Türkçe karşılığı
m	Number of equations / rows	Denklem ve satır sayısı
n	Number of variables / columns	Bilinmeyen ve sütun sayısı
a_{ij}	Coefficient of variable j in equation i	i . denklemde j . değişkenin katsayısı
A	$m \times n$ coefficient matrix	m satır, n sütunlu katsayı matrisi
x	$n \times 1$ variable column vector	n bileşenli değişken sütun vektörü

Symbol	English meaning	Türkçe karşılığı
d	$m \times 1$ constant column vector	m bileşenli sabit sütun vektörü
d_i	Right-hand side of equation i	i . denklemin sağındaki sabit

Türkçe explanation

What makes an equation linear?

Every unknown appears only to the first power, multiplied by a coefficient independent of the unknowns. Zero coefficients are allowed. Terms such as xy or x^2 make an equation nonlinear in those unknowns.

$$x + 0y + 3z = 7 \leftrightarrow [1,0,3]$$

Türkçe explanation

Read the indices before the number

The first index tells you the row, the second the column. The source's a_{43} is the coefficient of the third variable in the fourth equation. Matrix dimensions are always rows $\times$ columns.

$$A: m \times n \quad ; \quad x: n \times 1 \quad ; \quad d: m \times 1$$

Türkçe explanation

Why row-by-column multiplication reconstructs a model

The i th component of Ax is the sum of each coefficient in row i times its matching variable. This produces exactly the left side of equation i , not a new economic assumption.

$$(Ax)_i = a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n$$

Türkçe explanation

Two reorderings, two different obligations

Reordering equations changes the rows of A and the entries of d together. Reordering variables changes the columns of A and the entries of x together. Neither operation changes the underlying model if done consistently.

Türkçe explanation

Order matters; equality is not commutativity

The source notes that AB is not generally equal to BA when both are defined. For Ax , the order A then x is chosen to reconstruct the equations. A rectangular matrix is perfectly legitimate if the inner dimensions match.

$$(m \times n)(n \times 1) \rightarrow m \times 1$$

[Türkçe explanation](#)

Economic meaning comes from the model, not from the brackets

For production quantities, nonnegative outputs may be required. A mathematically valid solution with a negative component then fails that economic interpretation. For an abstract algebra problem, however, a negative variable is not automatically wrong.

[Türkçe explanation](#)

Pause and test your understanding

ME-04-C1

What does a_{43} identify?

- A. Variable 4 in equation 3
- B. Variable 3 in equation 4
- C. The product 4×3

My choice and the reason, before checking

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

ME-04-C2

For A with dimensions 3×2 and a two-variable column x , what is the dimension of Ax ?

- A. 2×3
- B. 3×1
- C. 2×1

My choice and the reason, before checking

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

ME-04-C3

If $x+3z=7$ is written in the variable order (x,y,z) , which coefficient row is correct?

- A. [1,3]
- B. [1,0,3]
- C. [0,1,3]

My choice and the reason, before checking

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

Derivations with reasons**Build the general $Ax=d$ representation - source pp.12-14**

Separate coefficients, unknowns and constants while preserving every index.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = d_1$$

Write equation 1 using the declared variable order.

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = d_2$$

Use the same final variable x_n in equation 2.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = d_m$$

Continue through equation m.

$$A = [a_{ij}]_{m \times n}; \quad x = [x_1, \dots, x_n]^T; \quad d = [d_1, \dots, d_m]^T$$

Collect the three arrays.

$$(Ax)_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = d_i$$

Expand row i against the variable column.

$$Ax=d: (m \times n)(n \times 1) = m \times 1$$

Check dimensions and equality component by component.

[Detailed Turkish reasoning](#)

A two-equation economic template

Use a resource-balance example to connect the matrix entries to quantities and units. This is original practice, not an additional source claim.

$$r_{11}x + r_{12}y = R_1; r_{21}x + r_{22}y = R_2$$

Let each equation describe full use of one resource.

$$A = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}; \quad x_vec = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; \quad d = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

Rows identify resources; columns identify products.

$$Ax_vec = d; x \geq 0, y \geq 0$$

Add the domain needed for physical production.

Check each resource use after solving

Substitute outputs into both original balances.

[Detailed Turkish reasoning](#)

Source examples and checked readings

These examples retain the source numbers and mathematical content. The explanations are newly written. Any checked correction is placed next to the affected calculation.

Source example: equations into a matrix, then solve

The source gives $2x + 3y + 4z = 5$, $-x - 2y + 3z = 1$ and $x + y + z = 0$. First reproduce its matrix representation. Then solve and verify, so the notation has a concrete meaning.

Source PDF pages 15

$$2x + 3y + 4z = 5; -x - 2y + 3z = 1; x + y + z = 0$$

Keep the source equation order.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Place coefficients by columns x,y,z.

$$A:3 \times 3; x_{\text{vec}}:3 \times 1; d:3 \times 1; a_{23}=3$$

Read the dimensions and an entry.

$$x+y+z=0 \rightarrow x=-y-z$$

Use the third equation to eliminate x.

$$2(-y-z)+3y+4z=5 \rightarrow -2y-2z+3y+4z=5$$

Substitute into the first equation and distribute.

$$y+2z=5$$

Collect y and z terms.

$$-(-y-z)-2y+3z=1 \rightarrow y+z-2y+3z=1$$

Substitute into equation 2; distribute the minus.

$$-y+4z=1$$

Collect terms in equation 2.

$$(y+2z)+(-y+4z)=5+1 \rightarrow 6z=6 \rightarrow z=1$$

Add the reduced equations, then divide by 6.

$$y=5-2(1)=3; x=-3-1=-4$$

Back-substitute to recover y and x.

$$2(-4)+3(3)+4(1)=-8+9+4=5$$

Verify equation 1.

$$-(-4)-2(3)+3(1)=4-6+3=1$$

Verify equation 2.

$$-4+3+1=0$$

Verify equation 3 and interpret cautiously.

[Türkçe source-example reasoning](#)

Source example: reorder equations and variables together

The next source page moves equation 3 first and uses the variable order (y,x,z). Track both reorderings rather than copying the old coefficient matrix.

Source PDF pages 15-16

New equation order: $x+y+z=0$; $2x+3y+4z=5$; $-x-2y+3z=1$

Reorder equations and constants together.

New variable order: (y,x,z)

Declare the column meaning before entering coefficients.

Row 1: $y+x+z=0 \rightarrow [1,1,1]$

Read the first new equation in the new order.

Row 2: $3y+2x+4z=5 \rightarrow [3,2,4]$

Place the coefficient of y before that of x.

Row 3: $-2y-x+3z=1 \rightarrow [-2,-1,3]$

Preserve both signs when swapping columns.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Write the exact reordered representation.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Verify using the solution in the new variable order.

Reordering is not a change in coefficients' economic roles

Interpret the bookkeeping correctly.

[Türkçe source-example reasoning](#)

Worked example

ME-04-W1 Two products, two resources

Producing one unit of product x uses 2 units of resource 1 and 1 unit of resource 2. One unit of product y uses 1 unit of resource 1 and 3 units of resource 2. Available resources are 14 and 17 units. Assume both are fully used. Write $Ax=d$ in the order (x,y), solve for nonnegative outputs, verify both resource balances and explain what this model does not optimize.

[Türkçe question](#) | [Interpretation answer after trying](#)

Before reading the steps: choose a method and say why it applies

$$2x+y=14; x+3y=17$$

Translate each resource balance into one equation.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Write the coefficient matrix, output vector and resource vector.

Pause. Predict the next operation and justify it before reading on.

$$y=14-2x$$

Subtract 2x from both sides of the first equation.

$$x+3(14-2x)=17$$

Substitute y into the second resource balance.

$$x+42-6x=17 \rightarrow -5x+42=17$$

Distribute 3 and combine like terms.

$$-5x=17-42=-25 \rightarrow x=5$$

Subtract 42 and divide by -5.

$$y = 14 - 2(5) = 4$$

Recover the second output.

$$2(5) + 4 = 14; 5 + 3(4) = 17$$

Verify both full-use constraints.

Interpret before reading the model answer

Explain the result, its verification and its economic meaning or limits.

Say your interpretation aloud; note the main result and one reason

Independent practice

Attempt each problem before the hints. The next page of each problem is for interpretation and checking. Do not use the solution as a copying exercise.

ME-04-S1 Build and verify another production system

Two products have resource-use matrix $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ in the variable order (x,y). Both resources must be fully used, with $d = [18, 16]^T$. Write the scalar equations, solve x and y, verify $Ax = d$, identify a_{21} , and explain the meaning of each row.

Türkçe prompt | Hint 1 | Hint 2 | Solution after trying

State the model or matrix dimensions, then show a justified solution

Confidence before checking: 0 / 1 / 2 / 3 Help used: none / Turkish / hint 1 / hint 2

ME-04-S1 Interpretation and verification

Interpret your computed output plan in an exam paragraph. Explain a_{21} and distinguish full resource use from an optimization result.

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

One step I still need to explain without looking

Compare with the model answer only after writing

ME-04-S2 Interpretation and verification

Write an exam answer explaining why coefficients cannot be separated from variable labels. State what changes and what stays the same after a consistent reorder.

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

One step I still need to explain without looking

Compare with the model answer only after writing

ME-04-S3 An algebraic solution can violate the production domain

Keep the technology from ME-04-W1 but change the fully used resource vector to $d=[40,17]^T$. Solve $2x+y=40$ and $x+3y=17$. Verify the algebra, then decide whether the result is a feasible nonnegative production plan. Explain why changing equality constraints to capacity inequalities would be a different model.

Türkçe prompt | Hint 1 | Hint 2 | Solution after trying

State the model or matrix dimensions, then show a justified solution

Confidence before checking: 0 / 1 / 2 / 3 Help used: none / Turkish / hint 1 / hint 2

ME-04-S3 Interpretation and verification

Give an exam answer distinguishing algebraic validity, nonnegative-output feasibility and the full-use assumption. State why a new inequality model would need an objective to choose a preferred plan.

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

One step I still need to explain without looking

Compare with the model answer only after writing

Türkçe support

Bu bölüm dili ve gerekçeyi anlamak içindir. Açıklamayı aynen kopyalama; okuduktan sonra kendi çözümüne dön. İngilizce soru sayfalarında yanıtları görmeden deneme yapabilirsin.

Many equations, one organized statement

Matris, denklemleri kaybetmeden düzenleyen bir gösterimdir. Önce bilinmeyen sırasını seçeriz: $x_1, x_2, \dots, x_n$. Her denklemde bu sırayı koruyarak katsayıları yazarız. Böylece **satır=denklem, sütun=değişken** olur.

m denklem sayısı, n bilinmeyen sayısıdır; $m=n$ olmak zorunda değildir. $Ax=d$ yazabildiğimiz için otomatik tek çözüm var diyemeyiz. Çözümün varlığı, tekliği ve ekonomik anlamı daha sonra ayrıca kontrol edilir.

$$a_{i1}x_1 + a_{i2}x_2 + \dots + a_{in}x_n = d_i \quad \text{for } i=1, \dots, m$$

[Back to English](#)

What makes an equation linear?

$2x + 3y = 5$ doğrusaldır; katsayılar 2 ve 3 sabittir. $2x + 3y^2 = 5$ veya $xy = 5$ aynı x, y bilinmeyenleri açısından doğrusal değildir. Sabit terimler bulunabilir; $a_1x_1 + \dots + a_nx_n = d$ biçimi bunları sağ tarafta tutar.

Bir değişken denklemde görünmüyorsa katsayısı sıfırdır. Bu sütunu silmek yerine **0** yazmalıyız; aksi halde sonraki katsayı yanlış değişkenle eşleşir. Örneğin $x + 3z = 7$, (x, y, z) sırasında $[1, 0, 3]$ satırıdır.

$$x + 0y + 3z = 7 \quad \leftrightarrow \quad [1, 0, 3]$$

[Back to English](#)

Read the indices before the number

a_{43} içindeki 4 ve 3 üs veya çarpılan sayılar değildir. Önce 4. denkleme, sonra 3. değişkenin katsayısına bakarız. a_{43} ile a_{34} aynı konum değildir.

Kaynakta değişken kümesi x_j için $j=1, \dots, n$; sabitler d_i için $i=1, \dots, m$ olarak tanımlanır. x sütun vektörü $n \times 1$, d sütun vektörü $m \times 1$ olur. Bu ünitelerdeki d vektörü, ilk piyasa modelindeki skaler arz eğimi d ile karıştırılmamalıdır.

$$A: m \times n \quad ; \quad x: n \times 1 \quad ; \quad d: m \times 1$$

[Back to English](#)

Why row-by-column multiplication reconstructs a model

Bir satırdaki katsayıları değişken vektörünün aynı konumdaki bileşenleriyle çarpıp toplarız: $a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{in}X_n$. Bu yüzden matris çarpımı kaynak denklemini geri üretir.

Ekonomik modelde bir satır bir kaynak kısıtı, bir piyasa denge koşulu veya bir muhasebe bağıntısı olabilir. Katsayının ekonomik birimi de satırın anlamına bağlıdır. Sayıları yazmadan önce satır ve sütun etiketlerini zihninde koru.

$$(AX)_i = a_{i1}X_1 + a_{i2}X_2 + \dots + a_{in}X_n$$

[Back to English](#)

Two reorderings, two different obligations

Denklem sırası: Üçüncü denklemi en üste alırsan, katsayı satırı da sağ taraf sabiti de en üste gelmeli. Sadece A'yı taşıyıp d'yi yerinde bırakırsan başka denklemler yazarsın.

Değişken sırası: Vektörü (x, y, z) yerine (y, x, z) yaparsan ilk iki katsayı sütununu da değiştir. Sadece vektör etiketlerini değiştirmek x'in katsayısını y'ye bağlar ve ekonomik modeli bozabilir.

Kaynak s.15-16 her iki tür yeniden sıralamayı birlikte gösterir. Burada teknolojinin veya davranış parametrelerinin değişmesi değil, aynı modelin etiketli gösteriminin değişmesi söz konusudur.

[Back to English](#)

Order matters; equality is not commutativity

Genel A için “çarpanları yer değiştirsem aynı şey olur” diyemeyiz. Örneğin A 2×3 ve x 3×1 ise Ax, 2×1 'dir; xA için iç boyutlar 1 ve 2 olduğundan bu çarpım tanımlı değildir.

“ $AB \neq BA$ genel olarak” ifadesi, her özel matris çiftinde mutlaka eşitsizlik var demek değildir; bazı matrisler yer değiştirir. Bu ünite de bu notu doğru sınırla okuyoruz; ayrıntılı matris çarpma kuralları sonraki ünite de çalışılacak.

$$(m \times n)(n \times 1) \rightarrow m \times 1$$

[Back to English](#)

Economic meaning comes from the model, not from the brackets

Kaynak s.15'teki x, y, z'ye ekonomik etiket verilmemiştir; bu nedenle negatif x çıkması cebirsel hata değildir. Üretim örneğimizde ise x ve y fiziksel üretim miktarıdır, dolayısıyla negatif olmayan çözüm aranır.

Ayrıca bir kaynak modelinde bütün kaynakları **tam kullanma** koşulunu eşitliklerle yazmak bir varsayımdır. Kaynak kapasitelerini aşmamak istenseydi eşitsizlikler gerekirdi. $Ax=d$, tek başına kâr maksimizasyonu veya en iyi üretim planı iddiası değildir.

[Back to English](#)

ME-04-C1 Question support

a_{43} hangi konumdaki katsayıyı gösterir?

[Return to foundations](#)

ME-04-C2 Question support

A 3×2 ve x iki bileşenli sütun vektörü ise Ax 'in boyutu nedir?

[Return to foundations](#)

ME-04-C3 Question support

Değişken sırası(x, y, z) iken $x+3z=7$ hangi katsayı satırını verir?

[Return to foundations](#)

Build the general $Ax=d$ representation - source pp.12-14

Aynı sistemin üç parçasını düzenle: katsayılar A, bilinmeyenler x, sağ taraf d.

$$a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \dots + a_{1n}x_n = d_1$$

Birinci satırda her bilinmeyenin katsayısı ilk indis 1'i taşır.

$$a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \dots + a_{2n}x_n = d_2$$

İkinci denklemin son terimi genel n-değişkenli sistemde $a_{2n}x_n$ olmalıdır. El yazısındaki son değişken etiketi ne kadar sıkışık görünse de sütunların sırası tüm satırlarda aynıdır.

$$a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \dots + a_{mn}x_n = d_m$$

m son denklem/satır; n son değişken/sütun indeksidir.

$$A=[a_{ij}]_{m \times n}; x=[x_1, \dots, x_n]^T; d=[d_1, \dots, d_m]^T$$

^{T} burada yatay yazdığımız listeyi sütun olarak okuma kısaltmasıdır; kaynak x ve d 'yi zaten sütun vektörü şeklinde çizer.

$$(Ax)_i = \sum_{j=1}^n a_{ij}x_j = d_i$$

Σ toplama işaretidir: j 1'den n 'ye giderken aynı satırdaki her katsayı uygun bilinmeyenle çarpılıp toplanır.

$$Ax=d: (m \times n)(n \times 1) = m \times 1$$

Sol çarpım ve sağ vektör aynı $m \times 1$ boyutundadır. Matris eşitliği her satırdaki denklem eşitliği anlamına gelir.

[Back to English](#)

A two-equation economic template

Kaynak gösterimini ekonomik bir örneğe bağlamak için iki üretim faaliyeti düşünelim.

$$r_{11}x + r_{12}y = R_1; r_{21}x + r_{22}y = R_2$$

x, y çıktı miktarları; r_{ij} i kaynağının j çıktısı başına kullanımını; R_i mevcut kaynak miktarını gösterebilir.

$$A = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} \\ r_{21} & r_{22} \end{bmatrix}; x_{\text{vec}} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}; d = \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \end{bmatrix}$$

Birinci sütun x üretiminin, ikinci sütun y üretiminin kaynak ihtiyaçlarını listeler.

$$Ax_{\text{vec}} = d; x \geq 0, y \geq 0$$

Negatif üretim miktarı kabul etmeyiz. Fakat eşitlik, bütün kaynakları tam kullandığımızı ayrıca varsayar.

Check each resource use after solving

Yalnız bir satırın tutması diğer kaynağın da tutacağını göstermez. Kısıtların ikisini ayrı denetle.

[Back to English](#)

Source example: equations into a matrix, then solve

Kaynakta verilen üç denklemi önce aynı(x, y, z) sırasıyla matrise dönüştürelim. Ardından örneği çözerek gösterimin neyi koruduğunu doğrulayalım.

Source PDF pages 15

$$2x+3y+4z=5; -x-2y+3z=1; x+y+z=0$$

Birinci, ikinci, üçüncü satır bu sırada olacak.

$$\begin{bmatrix} 2 & 3 & 4 \\ -1 & -2 & 3 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Birinci satır[2,3,4], ikinci[-1,-2,3], üçüncü[1,1,1]. Sabit vektörü[5,1,0]^T.

$$A:3 \times 3; x_vec:3 \times 1; d:3 \times 1; a_{23}=3$$

a_{23} ikinci denklemde üçüncü değişken z'nin katsayısıdır:3.

$$x+y+z=0 \rightarrow x=-y-z$$

İki taraftan y ve z çıkar.

$$2(-y-z)+3y+4z=5 \rightarrow -2y-2z+3y+4z=5$$

2 katsayısı hem-y'yi hem-z'yi çarpar.

$$y+2z=5$$

$$-2y+3y=y; -2z+4z=2z.$$

$$-(-y-z)-2y+3z=1 \rightarrow y+z-2y+3z=1$$

$-(-y-z)=y+z$; burada iki işaret de değişir.

$$-y+4z=1$$

$$y-2y=-y; z+3z=4z.$$

$$(y+2z)+(-y+4z)=5+1 \rightarrow 6z=6 \rightarrow z=1$$

y terimleri birbirini götürür.

$$y=5-2(1)=3; x=-3-1=-4$$

Bir değişken bulmakla durma; üçü de belirlenmeli.

$$2(-4)+3(3)+4(1)=-8+9+4=5$$

İlk satırın sağ tarafı 5 elde edilir.

$$-(-4)-2(3)+3(1)=4-6+3=1$$

İkinci satırın sağ tarafı 1 elde edilir.

$$-4+3+1=0$$

Kaynak bu bilinmeyenlere ekonomik etiket vermiyor. $x=-4$ bu soyut cebir probleminde geçerli; ancak x fiziksel üretim miktarı denseseydi negatiflik nedeniyle ekonomik alanı ayrıca tartışmak gerekirdi.

[Back to English](#)

Source example: reorder equations and variables together

Kaynak s.15'in son notu sonraki sayfada x 'in ikinci, y 'nin birinci değişken yeri alacağını söylüyor. s.16'da denklem sırası da üçüncü, birinci, ikinci olarak değişiyor.

Source PDF pages 15-16

New equation order: $x+y+z=0$; $2x+3y+4z=5$; $-x-2y+3z=1$

Sabitler artık 0,5,1 sırasındadır.

New variable order: (y,x,z)

İlk sütun y 'ye, ikinci sütun x 'e, üçüncü sütun z 'ye bağlanacak.

Row 1: $y+x+z=0 \rightarrow [1,1,1]$

x ve y katsayıları eşit olduğu için bu satırdaki sütun değişimi görünmez; yine de mantık aynıdır.

Row 2: $3y+2x+4z=5 \rightarrow [3,2,4]$

Eski $[2,3,4]$ satırını olduğu gibi kopyalarsan model değişir.

Row 3: $-2y-x+3z=1 \rightarrow [-2,-1,3]$

y 'nin katsayısı -2 , x 'in katsayısı -1 .

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Bu matris kaynak s.16 ile aynı katsayı ve sabit düzenindedir.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 3 & 2 & 4 \\ -2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 3 \\ -4 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Vektör artık $[y, x, z] = [3, -4, 1]^T$. Çarpım 0,5,1 verir: aynı denklemlerin aynı çözümü.

Reordering is not a change in coefficients' economic roles

Bir ekonomik modelde sadece gösterim sırası değişirse teknoloji, davranış ve denge değişmez. Etiketleri korumak, sayısal çözümün anlamını korur.

[Back to English](#)

ME-04-W1 Worked example support

x çıktısının bir birimi kaynak 1'den 2, kaynak 2'den 1 birim; y çıktısı kaynak 1'den 1, kaynak 2'den 3 birim kullanıyor. Kaynak miktarları 14 ve 17. İkisi tam kullanılsın. (x, y) sırasıyla $Ax=d$ kur, çıktıları çöz, iki kaynağı kontrol et ve modelin neyi optimize etmediğini açıkla.

$$2x+y=14; x+3y=17$$

Birinci satır kaynak 1, ikinci satır kaynak 2. Katsayılar çıktı başına kaynak kullanımıdır.

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Satırlar kaynakları, sütunlar ürünleri temsil eder.

$$y=14-2x$$

İlk kaynağın tam kullanımını sağlayan y miktarını x cinsinden yazdık.

$$x+3(14-2x)=17$$

Aynı üretim planının ikinci kaynağı da tam kullanması gerekiyor.

$$x+42-6x=17 \rightarrow -5x+42=17$$

$x-6x=-5x$; sağdaki 17 sabit.

$$-5x=17-42=-25 \rightarrow x=5$$

Negatif bir sayıya bölmek eşitliği bozmaz; sıfır olmaması yeterlidir.

$$y=14-2(5)=4$$

İki çıktı da negatif değil.

$$2(5)+4=14; 5+3(4)=17$$

Kaynak 1 kullanımı 14, kaynak 2 kullanımı 17; kapasite vektörü tam karşılanır.

[Return to the worked example](#)

ME-04-S1 Question support

$A=[[3,1],[1,2]]$, değişken sırası (x, y) , kaynak vektörü $[18,16]^T$. İki kaynak tam kullanılsın. Skaler denklemleri yaz, x, y 'yi bul, $Ax=d$ 'yi doğrula, a_{21} 'i tanımla ve satırların ekonomik anlamını açıkla.

Bulduğun çıktı planını bir sınav paragrafıyla yorumla. a_{21} 'i açıkla; tam kaynak kullanımı ile optimizasyon sonucunu ayır.

[Return to the problem](#)

ME-04-S2 Question support

W 1'de öğrenci $[x, y]^T$ yerine $[y, x]^T$ yazıyor ama A 'yı aynı bırakıyor. Hatayı açıkla, doğru yeni matrisi yaz ve eski çıktı planıyla kontrol et. Sıralama değişiminin teknolojik değişim olup olmadığını yorumla.

Katsayıların değişken etiketlerinden neden ayrı düşünölemeyeceğini sınav diliyle açıkla. Tutarlı yeniden sıralamada neyin değişip neyin aynı kaldığını belirt.

[Return to the problem](#)

ME-04-S3 Question support

W 1'in teknolojisi aynı kalsın; tam kullanılan kaynaklar $[40,17]^T$ olsun. İki denklemi çöz ve cebiri kontrol et. Sonucun negatif olmayan üretim planı olup olmadığını açıkla. Tam kullanım eşitliklerini kapasite eşitsizliklerine çevirmenin neden farklı model olduğunu belirt.

Cebirsel doğruluk, negatif olmayan çıktı koşulu ve tam kullanım varsayımını ayıran bir sınav cevabı yaz. Yeni eşitsizlik modelinde tercih edilen planı seçmek için neden amaç gerektiğini belirt.

[Return to the problem](#)

Hints Level 1 Choose the strategy

Use one hint, then go back and try. The second level gives a more specific intermediate move.

ME-04-S1

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

ME-04-S2

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

ME-04-S3

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

Hints Level 2 One useful next move

ME-04-S1

Expand rows first: $3x+y=18$ and $x+2y=16$. A coefficient's position determines its economic role.

İlk satırı(x, y) ile çarpıp topla. a_{21} ikinci kaynağın birinci ürün başına kullanımını gösterir.

[Return and complete your attempt](#)

ME-04-S2

A column belongs to a variable. When the variables swap places, the corresponding columns must swap too; the resource constants do not swap unless the equations do.

Birinci sütun artık y 'ye aitse eski ikinci sütun oraya gelmeli. Yalnız değişken sırası değiştiği için kaynak sırası ve sabit vektörü aynı kalır.

[Return and complete your attempt](#)

ME-04-S3

Use $y=40-2x$. A negative output may be a model-domain problem even when both equations check correctly.

İlk denklemden y 'yi yalnız bırakıp ikinciye koy. Sonucun işaretini değiştirmeye çalışma; önce iki denklemde doğrula.

[Return and complete your attempt](#)

Solutions and model interpretations

ME-04-W1 Model interpretation

The model's full-use production plan is $x=5$ and $y=4$. The first row verifies resource 1 use, and the second verifies resource 2 use. Both outputs are nonnegative. The equations impose resource balances; without prices, revenues or an objective, they do not establish a profit-maximizing or welfare-maximizing plan.

Ekonomik cevap yalnız(5,4) değildir: hangi ürünün ne kadar üretildiği ve kaynak kullanımının hangi satırda kontrol edildiği söylenir. Tam kullanım varsayımı altında 5 birim x ve 4 birim y mümkündür. Fiyat veya amaç fonksiyonu verilmediği için buna “en kârlı plan” demeyiz.

ME-04-S1 Solution

$$3x+y=18; x+2y=16$$

Unpack the two matrix rows.

Katsayıları doğru değişkenlerle eşleştir.

$$y=18-3x$$

Isolate y in the first equation.

İki taraftan $3x$ çıkar.

$$x+2(18-3x)=16 \rightarrow x+36-6x=16$$

Substitute into the second equation and distribute.

2 parantezin iki terimini de çarpar.

$$-5x+36=16 \rightarrow -5x=-20 \rightarrow x=4$$

Collect, subtract 36 and divide by -5 .

Yasal işlemlerden sonra ilk çıktı 4.

$$y=18-3(4)=6$$

Recover y .

İkinci çıktı 6; alan koşulu sağlanıyor.

$$3(4)+6=18; 4+2(6)=16; a_{21}=1$$

Verify both resource uses and read the entry.

İkinci satır birinci sütundaki 1, kaynak 2'nin x çıktısı başına kullanımını anlatır.

Model English interpretation

The nonnegative full-use plan produces 4 units of x and 6 units of y. Resource 1 use is $3(4)+6=18$, while resource 2 use is $4+2(6)=16$. The entry $a_{21}=1$ means each unit of x requires one unit of resource 2. These balances establish consistency with the assumed full use, not profit maximization.

Türkçe reasoning

Sayıları çıktı adlarıyla bağla: x 4, y 6. Her satır farklı bir kaynağın kullanımını ölçer. a_{21} 'de 2 kaynak/satır, 1 ürün/sütun demektir. Amaç fonksiyonu olmadığından planın “en iyi” olduğunu söylemiyoruz.

Check your explanation

- ☐ Assigns outputs to x and y correctly.
- ☐ Explains row 1/resource 1 and row 2/resource 2 and verifies both balances.
- ☐ Interprets a_{21} as resource 2 usage per unit of product x.
- ☐ Does not claim profit maximization without an objective.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

ME-04-S2 Solution

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} y \\ x \end{bmatrix} \text{ gives } 2y+x \text{ and } y+3x$$

Read what the incorrect representation actually says.

Bu ifadeler orijinal $2x+y$ ve $x+3y$ 'den farklıdır.

$$\text{At } x=5, y=4: 2y+x=13 \neq 14; y+3x=19 \neq 17$$

Show the inconsistency caused by the label mismatch.

Aynı planı yanlış etiketli matrisle çarpmak kaynak kullanımlarını değiştirir.

$$\text{Correct } A_{\text{new}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$$

Swap coefficient columns to match the order (y,x).

Eski y katsayıları 1 ve 3 artık ilk sütunda; x katsayıları 2 ve 1 ikinci sütunda.

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 4 \\ 5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14 \\ 17 \end{bmatrix}$$

Verify using the reordered output vector.

$$1 \times 4 + 2 \times 5 = 14; 3 \times 4 + 1 \times 5 = 17.$$

Same model, same outputs, different representation

Separate bookkeeping from a parameter change.

Kaynak kullanımı veya üretim teknolojisi değişmedi; yalnız gösterimde sütun ve bileşen sırası değişti.

Model English interpretation

A coefficient's meaning depends on its column label. Swapping the variable order requires swapping the matching columns, so the correct matrix becomes $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ with output vector $[y, x]^T$. The resource vector remains unchanged because the equation order has not changed. This is the same technology and production plan, not a new economic scenario.

Türkçe reasoning

Matris sadece sayı tablosu değildir; her sütun bir ürünün kaynak gereksinimini taşıyor. Etiketleri değiştirip sütunu değiştirmezsen başka üretim ilişkileri yazarsın. Doğru sıralamada ekonomik içerik değişmez; yalnız aynı bilgiler farklı sırada görünür.

Check your explanation

- ☐ Identifies that columns must follow variable order.
- ☐ Gives $A_{\text{new}} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 1 \end{bmatrix}$ and keeps resource constants $[14, 17]$.
- ☐ Uses output vector $[y, x] = [4, 5]$ and verifies both resources.
- ☐ Explains that representation changes, not technology or the economic plan.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

ME-04-S3 Solution

$$y=40-2x$$

Isolate y.

Birinci kaynağın tam kullanım koşulunu koruyoruz.

$$x+3(40-2x)=17 \rightarrow x+120-6x=17$$

Substitute and distribute.

$$-5x+120=17 \text{ elde edilir.}$$

$$-5x=-103 \rightarrow x=103/5=20.6$$

Subtract 120 and divide by -5 .

Bölme geçerli; matematiksel x değeri pozitif.

$$y=40-2(103/5)=200/5-206/5=-6/5=-1.2$$

Recover y with exact fractions.

Kesirleri ortak paydada çıkarınca y negatiftir.

$$2(103/5)-6/5=40; 103/5+3(-6/5)=17$$

Verify both equalities.

Cebir doğru olduğu halde y fiziksel üretim alanının dışındadır.

$$x+3y=17 \rightarrow x=17-3y \rightarrow 2x+y=2(17-3y)+y=34-5y \leq 34 \quad (y \geq 0)$$

Isolate x from the second balance, substitute into resource 1 use, distribute 2 and collect y. Since y is nonnegative, subtracting 5y cannot raise 34; full use of 40 is impossible.

İkinci eşitlikten $x=17-3y$. İlk kaynak kullanımı $2x+y=34-5y$; $y \geq 0$ ise en fazla 34 olabilir. 40'a ulaşamaz.

Capacity model: $2x+y \leq 40$, $x+3y \leq 17$ would allow unused resources

Distinguish a different feasible-set definition.

Eşitlikleri eşitsizlik yapmak ilk modelin çözümünü düzeltmek değil, tam kullanım varsayımını değiştirmektir. Örneğin sıfır üretim bu yeni kapasite sınırlarını sağlar ama bu tek başına tercih edilen plan değildir.

Model English interpretation

The equalities have the algebraic solution $x=20.6$ and $y=-1.2$, but this is not a feasible physical production plan because y must be nonnegative. In fact, fully using 17 units of resource 2 with nonnegative outputs allows at most 34 units of resource 1 use, not 40. Allowing unused resources changes the equalities into capacity inequalities; that different model needs an objective or further conditions to select a preferred plan.

Türkçe reasoning

İki eşitliğin tutması ekonomik anlamı tek başına garanti etmez. y negatif olduğundan fiziksel üretim yorumu geçersizdir. Asıl çatışma iki kaynağın aynı anda tam kullanımındadır: ikinci kaynak 17 iken birinci kaynak 40 kullanılamaz. Kaynak boş bırakmayı kabul etmek yeni bir varsayımdır; o modelde de hangi planın “en iyi” olduğunu amaç belirtmeden söyleyemeyiz.

Check your explanation

- ☐ Reports the algebraic pair and verifies both balances.
- ☐ Rejects negative y as a feasible physical output.
- ☐ Uses $2x+y=34-5y \leq 34$ to explain the full-use conflict with 40.
- ☐ Distinguishes an inequality-capacity model and avoids an unsupported optimum claim.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

Concept check answers

ME-04-C1 Answer B

The first index is the equation/row; the second is the variable/column.

Önce 4. satıra git, sonra 3. sütunu bul. İndislerin sırası katsayının hangi bilinmeyene bağlandığını belirler.

If you chose differently: Read row first, column second.

a_{ij} için önce i , sonra j : denklem numarası, değişken numarası.

ME-04-C2 Answer B

A 3×2 times x 2×1 gives a 3×1 result: one output per equation.

İç boyutlar 2 ve 2 uyumlu. Üç denklem olduğundan çarpımın üç bileşeni vardır.

If you chose differently: Match the number of matrix columns to the number of vector entries.

A'nın sütun sayısı x 'in satır sayısı ile eşleşmeli; sonuçta A'nın satır sayısı kalır.

ME-04-C3 Answer B

The missing y has coefficient zero; its position must remain.

y 'nin görünmemesi sütunun yok olması değil, katsayısının 0 olmasıdır.

If you chose differently: Keep one coefficient position for every declared variable.

Üç değişken varsa her denklem satırında üç katsayı yeri olmalıdır.

Reflection and a second attempt

For each skill, mark: not yet / with help / alone. "Alone" means you can demonstrate it with the explanation closed.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I read a_{ij} as equation i , variable j and preserve missing zero coefficients.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I reconstruct every scalar equation from $Ax=d$.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I reorder rows/constants or columns/variables consistently.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I separate mathematical solutions from economically feasible outputs and from optimization.

Matristen denklemlere geri dönebiliyor muyum? Her katsayının hangi satır ve değişkene ait olduğunu söyleyebiliyor muyum? Sütun sırası değişince vektörü, satır sırası değişince sabitleri birlikte taşıyor muyum? Ekonomik modelde negatif çıktı ve tam kullanım varsayımını ayrıca tartışıyor muyum?

The first step I could not explain, and the check I will use next time

Next attempt: problem ID and date

Progress is manual. Keep the first attempt visible; use a new page or a different pen colour for the retry.

Source scope

Directly inspected second half of PDF p12 through p16. Covers the general m -equation/ n -variable system, coefficient indexing including a_{43} , variable/constant sets, matrix as array, dimensions, coefficient/variable/constant vectors, compact $Ax=d$ and the general noncommutativity note. Both exact source example representations on pp15-16 are fully reconstructed and verified. The source's abstract system has solution $(-4, 3, 1)$; solving it is a supplemental completion, not an asserted economic quantity model. W1/S1-S3 are original resource examples with explicit full-use and nonnegative-output assumptions. No determinant or inverse is required in this unit.