

ME-07 Inverse Matrix & Economic Applications

Source PDF pages 28 (inverse overview), 36-42

Construct and verify an inverse, solve $Ax=d$ in the correct order, and explain the two-country multiplier without confusing structural slopes with exogenous shocks.

[Foundations](#) | [Derivations](#) | [Source examples](#) | [Worked example](#) | [Independent practice](#) | [Türkçe support](#) | [Hint levels 1 and 2](#) | [Solutions and English interpretations](#) | [Reflection and retry](#)

Before you start

What do I already understand, and which step do I need to explain?

Do not mark a skill “alone” just because a solution looks familiar. A useful attempt includes the model, the operations, the check and the interpretation.

Foundations

What does an inverse undo?

A matrix transforms a column vector. An inverse reverses that transformation. It is not the matrix of element-by-element reciprocals.

$$AA^{-1}=A^{-1}A=I$$

Symbol	English meaning	Türkçe karşılığı
A	Square coefficient matrix	Kare katsayı matrisi
A^{-1}	Inverse of A	A matrisinin tersi
I	Identity matrix	Birim matris
x	Column vector of unknowns	Bilinmeyenler sütun vektörü
d	Column vector of constants	Sabitler sütun vektörü

[Türkçe explanation](#)

Square is necessary, not sufficient

For an ordinary two-sided inverse, A must be square and $\det(A)$ must be nonzero. Such a matrix is nonsingular. A square matrix with zero determinant is singular.

A is $n \times n$ and $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow A^{-1}$ exists

Türkçe explanation

A unique inverse, with the same dimensions

If A is $n \times n$, its inverse is $n \times n$, is unique, and has A as its own inverse. The inverse of a product reverses the order.

$$(A^{-1})^{-1} = A; (AB)^{-1} = B^{-1}A^{-1}$$

Türkçe explanation

From a minor to an adjugate

Delete row i and column j to obtain the minor determinant M_{ij} . Apply the checkerboard sign to form the cofactor C_{ij} . Transpose the complete cofactor matrix to obtain $\text{adj}(A)$.

$$C_{ij} = (-1)^{i+j} M_{ij}; \text{adj}(A) = C^T; A^{-1} = \text{adj}(A) / \det(A)$$

Türkçe explanation

The two-country economy

Two nations trade only with each other. Each nation's imports are the other nation's exports. Income determines consumption and imports; autonomous expenditure is taken as given. The source lists autonomous consumption C_0 , investment I_0 and government expenditure G_0 as components/examples of A_i ; their exact country-specific decomposition is not separately specified.

$$Y_i = C_i + A_i + X_i - M_i; C_i = c_i Y_i; M_i = m_i Y_i$$

Symbol	English meaning	Türkçe karşılığı
Y_i	National income of country i	i ülkesinin milli geliri
C_i	Consumption expenditure	Tüketim harcaması
A_i	Autonomous expenditure	Otonom harcama
X_i	Exports	İhracat
M_i	Imports	İthalat

Symbol	English meaning	Türkçe karşılığı
c_i	Marginal propensity to consume	Marjinal tüketim eğilimi
m_i	Marginal propensity to import	Marjinal ithalat eğilimi

Türkçe explanation

Assumptions, units, and what is endogenous

Assume $0 < c_1, c_2 < 1$ and $0 < m_1, m_2 < 1$, as in the notes. Income, expenditure, exports and imports must use a common currency/value unit and time period. Y_1 and Y_2 are jointly determined.

$$0 < c_1, c_2 < 1; 0 < m_1, m_2 < 1$$

Türkçe explanation

Why multiply on the left?

In $Ax=d$, premultiplication gives $A^{-1}Ax=A^{-1}d$. Associativity makes $A^{-1}A$ adjacent. Postmultiplication is not a substitute.

$$A^{-1}(Ax)=(A^{-1}A)x=Ix=x$$

Türkçe explanation

Trade is leakage locally and demand abroad

An extra unit of country 1 income raises its imports by m_1 . Those imports are country 2 exports. Country 2 income and imports may then feed demand back to country 1.

$$A_1 \uparrow \rightarrow Y_1 \uparrow \rightarrow M_1=X_2 \uparrow \rightarrow Y_2 \uparrow \rightarrow M_2=X_1 \uparrow$$

Türkçe explanation

A positive determinant is economically useful

The determinant expands into three positive terms. This proves a unique algebraic equilibrium under the stated propensity restrictions, rather than merely assuming one.

$$D=(1-c_1)(1-c_2)+(1-c_1)m_2+m_1(1-c_2)>0$$

Türkçe explanation

Structural slope versus a policy effect

The slope of a structural relation is not automatically the total response to an unspecified change in an endogenous variable. Name the exogenous shock and hold the remaining primitives fixed.

Structural slope: $m_2/(1-c_1+m_1)$; equilibrium response to A_2 : m_2/D

[Türkçe explanation](#)

Pause and test your understanding

ME-07-C1

A square matrix has determinant zero. What follows?

- A. Every system $Ax=d$ has no solution.
- B. The ordinary inverse does not exist; $Ax=d$ may have no solution or infinitely many.
- C. Take the reciprocal of every nonzero entry.

My choice and the reason, before checking

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

ME-07-C2

For $Ax=d$ with A 3×3 and d 3×1 , which expression solves the system when A is invertible?

- A. $x=dA^{-1}$
- B. $x=A^{-1}d$
- C. $x=Ad$

My choice and the reason, before checking

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

ME-07-C3

Why does an increase in country 2 autonomous expenditure raise country 1 income?

- A. Country 2 imports become country 1 exports.
- B. The two countries necessarily have equal incomes.
- C. All imports disappear from national-income accounting.

My choice and the reason, before checking

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

Derivations with reasons**Inverse properties and the solution formula - source p28**

Prove the rules rather than treating them as a list.

Source PDF pages 28

$$Ax=d \rightarrow A^{-1}Ax=A^{-1}d \rightarrow Ix=A^{-1}d \rightarrow x=A^{-1}d$$

Premultiply both sides, reassociate, then use the identity matrix.

If $AB=BA=I$ and $AC=CA=I$, then $B=BI=B(AC)=(BA)C=IC=C$.

Any two proposed inverses B and C must be equal.

$$A^{-1}A=AA^{-1}=I \rightarrow (A^{-1})^{-1}=A$$

The original matrix reverses its inverse.

$$(AB)(B^{-1}A^{-1})=A(BB^{-1})A^{-1}=AA^{-1}=I; (B^{-1}A^{-1})(AB)=I$$

Check both multiplication orders to justify reversing factor order.

[Detailed Turkish reasoning](#)

The complete 3×3 cofactor procedure - pp36-38

Construct all nine cofactors, then transpose once.

Source PDF pages 36-38

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

Start with a general square matrix and first check $\det(A) \neq 0$.

$$C_{11} = a_{22}a_{33} - a_{23}a_{32}; C_{12} = -(a_{21}a_{33} - a_{23}a_{31}); C_{13} = a_{21}a_{32} - a_{22}a_{31}$$

Compute the first cofactor row with signs +, -, +.

$$C_{21} = -(a_{12}a_{33} - a_{13}a_{32}); C_{22} = a_{11}a_{33} - a_{13}a_{31}; C_{23} = -(a_{11}a_{32} - a_{12}a_{31})$$

Compute the second cofactor row with signs -, +, -.

$$C_{31} = a_{12}a_{23} - a_{13}a_{22}; C_{32} = -(a_{11}a_{23} - a_{13}a_{21}); C_{33} = a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}$$

Compute the last cofactor row with signs +, -, +.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}; \text{adj}(A) = C^T = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}$$

Turn rows of C into columns of $\text{adj}(A)$.

$$A^{-1} = C^T / \det(A); \text{verify } AA^{-1} = I$$

Divide every adjugate entry by the same nonzero scalar determinant.

[Detailed Turkish reasoning](#)

Build and invert the two-country model - pp41-42

Convert the economic structure into a simultaneous linear system.

Source PDF pages 41-42

$$Y_1 = c_1 Y_1 + A_1 + m_2 Y_2 - m_1 Y_1; Y_2 = c_2 Y_2 + A_2 + m_1 Y_1 - m_2 Y_2$$

Substitute consumption and bilateral trade into each income identity.

$$Y_1 - c_1 Y_1 + m_1 Y_1 - m_2 Y_2 = A_1; Y_2 - c_2 Y_2 + m_2 Y_2 - m_1 Y_1 = A_2$$

Move every endogenous-income term to the left.

$$(1-c_1+m_1)Y_1-m_2Y_2=A_1; -m_1Y_1+(1-c_2+m_2)Y_2=A_2$$

Collect the coefficients of each income.

$$K = \begin{bmatrix} 1-c_1+m_1 & -m_2 \\ -m_1 & 1-c_2+m_2 \end{bmatrix}; K \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$$

Call the coefficient matrix K to distinguish it from autonomous expenditures A_1, A_2 .

$$D = \det(K) = (1-c_1+m_1)(1-c_2+m_2) - (-m_2)(-m_1)$$

Use $ad-bc$ and keep both off-diagonal negatives.

$$D = (1-c_1)(1-c_2) + (1-c_1)m_2 + m_1(1-c_2) + m_1m_2 - m_1m_2$$

Expand the product before cancelling.

$$D = (1-c_1)(1-c_2) + (1-c_1)m_2 + m_1(1-c_2) > 0; K^{-1} = (1/D) \begin{bmatrix} 1-c_2+m_2 & m_2 \\ m_1 & 1-c_1+m_1 \end{bmatrix}$$

Invert K by exchanging diagonal entries and negating the off-diagonal entries.

$$Y_1^* = [(1-c_2+m_2)A_1 + m_2A_2]/D; Y_2^* = [m_1A_1 + (1-c_1+m_1)A_2]/D$$

Multiply the inverse by the autonomous-expenditure vector to obtain reduced form.

[Detailed Turkish reasoning](#)

Comparative effects and the structural-slope question - p42

Differentiate the reduced form with respect to a named exogenous variable.

Source PDF pages 42

$$\partial Y_1^*/\partial A_1 = (1-c_2+m_2)/D > 0; \partial Y_2^*/\partial A_1 = m_1/D > 0$$

A_1 is absent from D, so differentiate only the numerators.

$$\partial Y_1^*/\partial A_2 = m_2/D > 0; \partial Y_2^*/\partial A_2 = (1-c_1+m_1)/D > 0$$

A_2 raises both incomes through domestic demand and trade.

$$(1-c_1+m_1)Y_1 = A_1 + m_2Y_2 \rightarrow Y_1 = (A_1 + m_2Y_2)/(1-c_1+m_1)$$

Rearrange the first structural relation without solving the second one.

Holding A_1 fixed: slope $dY_1/dY_2 = m_2/(1 - c_1 + m_1)$. Under an A_2 shock:
 $(dY_1^*/dA_2)/(dY_2^*/dA_2) = m_2/(1 - c_1 + m_1)$.

A specified experiment explains when the structural slope equals a ratio of equilibrium movements.

[Detailed Turkish reasoning](#)

Source examples and checked readings

These examples retain the source numbers and mathematical content. The explanations are newly written. Any checked correction is placed next to the affected calculation.

A singular source matrix - p36

Before constructing cofactors, ask whether inversion is possible.

Source PDF pages 36

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

Read the three columns as $v_1 = (0, 1, 2)^T$, $v_2 = (-1, 3, 1)^T$, $v_3 = (0, 2, 4)^T$.

$$v_3 = 2v_1 \rightarrow -2v_1 + 0v_2 + v_3 = 0$$

The coefficients $(-2, 0, 1)$ are not all zero, so the columns are linearly dependent.

$$\det(A) = 0 \cdot (12 - 2) - (-1) \cdot (4 - 4) + 0 \cdot (1 - 6) = 0$$

A direct first-row expansion confirms singularity.

Source reading note - PDF 36

In the notes: $v_3 = 2v_1$ is followed by inconsistent handwritten sample coefficients.

Checked form: $-2v_1 + 0v_2 + v_3 = 0$; scalar multiples are also valid.

The displayed column relation fixes the coefficient order; use $(-2, 0, 1)$.

[Türkçe source-example reasoning](#)

Two source inverses - pp38-39

The familiar 2×2 shortcut is a condensed cofactor calculation.

Source PDF pages 38-39

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}; \det(A) = 4 \cdot 5 - 3 \cdot 2 = 20 - 6 = 14$$

The determinant is nonzero, so inversion is allowed.

$$C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}; C^T = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

The off-diagonal cofactors exchange positions under transpose.

$$A^{-1} = (1/14) \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}; AA^{-1} = (1/14) \begin{bmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} = I$$

Check all four entries of the product.

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}; \det(B) = (-1) \cdot 2 - 3 \cdot 2 = -8$$

A negative determinant is not a problem; only zero is forbidden.

$$\text{adj}(B) = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}; B^{-1} = \begin{bmatrix} -1/4 & 3/8 \\ 1/4 & 1/8 \end{bmatrix}$$

Divide by -8 ; the source labels the result A^{-1} , but it is the inverse of B .

Source reading note - PDF 39

In the notes: The inverse calculated from B is labelled A^{-1} .

Checked form: It is $B^{-1} = [[-1/4, 3/8], [1/4, 1/8]]$.

Only the letter label is corrected; the source calculation is retained.

[Türkçe source-example reasoning](#)

Solve the exact source system - pp40-41

Source prompt: "Solve the system $Ax=d$ by matrix inversion." The system is $4x+3y=28$, $2x+5y=42$.

Source PDF pages 40-41

$$4x+3y=28; 2x+5y=42 \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ 42 \end{bmatrix}$$

Keep the variable order x,y fixed in every row.

$$\det(A)=14 \neq 0; \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = (1/14) \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28 \\ 42 \end{bmatrix}$$

Premultiply the constants vector by the inverse already derived.

$$x=(5 \cdot 28 - 3 \cdot 42)/14=(140-126)/14=1; y=(-2 \cdot 28 + 4 \cdot 42)/14=(-56+168)/14=8$$

Calculate each row-column dot product, then divide by 14.

$$4 \cdot 1 + 3 \cdot 8 = 28; 2 \cdot 1 + 5 \cdot 8 = 42$$

Both original equations hold.

Source reading note - PDF 41

In the notes: An intermediate matrix line shows +3 instead of -3.

Checked form: The adjugate entry is -3 and the verified result is (x,y)=(1,8).

Retain the negative sign from the inverse; substitution confirms the solution.

[Türkçe source-example reasoning](#)

Worked example

ME-07-W1 A new two-country economy

Two nations trade only with each other. Let $c_1=0.6$, $c_2=0.5$, $m_1=0.2$, $m_2=0.1$, $A_1=80$ and $A_2=40$. Find Y_1^* , Y_2^* , consumption, imports and exports in each nation. Then find the exact changes in both incomes when A_2 rises by 10, holding all other primitives fixed.

[Türkçe question](#) | [Interpretation answer after trying](#)

Before reading the steps: choose a method and say why it applies

$$0.6Y_1 - 0.1Y_2 = 80; -0.2Y_1 + 0.6Y_2 = 40$$

Calculate $1 - c_1 + m_1 = 0.6$ and $1 - c_2 + m_2 = 0.6$.

$$D = 0.6 \cdot 0.6 - (-0.1)(-0.2) = 0.36 - 0.02 = 0.34$$

The positive determinant ensures a unique equilibrium.

Pause. Predict the next operation and justify it before reading on.

$$Y_1^* = (0.6 \cdot 80 + 0.1 \cdot 40) / 0.34 = 52 / 0.34 = 2600 / 17;$$

$$Y_2^* = (0.2 \cdot 80 + 0.6 \cdot 40) / 0.34 = 40 / 0.34 = 2000 / 17$$

Use the reduced-form numerators without rounding.

$$C_1 = 1560 / 17; C_2 = 1000 / 17; M_1 = X_2 = 520 / 17; M_2 = X_1 = 200 / 17$$

Multiply each income by its own consumption and import propensities.

$$Y_1 = (1560 + 1360 + 200 - 520) / 17 = 2600 / 17; Y_2 = (1000 + 680 + 520 - 200) / 17 = 2000 / 17$$

Check both original income identities.

$$\Delta Y_1 = (0.1 / 0.34) \cdot 10 = 50 / 17; \Delta Y_2 = (0.6 / 0.34) \cdot 10 = 300 / 17$$

Use the A_2 column of the inverse for the expenditure shock.

Interpret before reading the model answer

Explain how a rise in country 2 autonomous expenditure affects country 1, and state what the static result does not tell us.

Say your interpretation aloud; note the main result and one reason

Independent practice

Attempt each problem before the hints. The next page of each problem is for interpretation and checking. Do not use the solution as a copying exercise.

ME-07-S1 Rebuild an inverse solution

Solve $3x+y=11$ and $2x+4y=14$ by matrix inversion. Show the determinant, inverse and a substitution check.

Türkçe prompt | Hint 1 | Hint 2 | Solution after trying

State the model or matrix dimensions, then show a justified solution

Confidence before checking: 0 / 1 / 2 / 3 Help used: none / Turkish / hint 1 / hint 2

ME-07-S1 Interpretation and verification

Why does a nonzero determinant make this algebraic solution unique, and what should be checked before giving it an economic interpretation?

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

One step I still need to explain without looking

Compare with the model answer only after writing

ME-07-S2 Diagnose a false inverse

A student claims that $H = \begin{bmatrix} 2 & 4 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ has an inverse because it is square. Test the claim. Compare $Hx = \begin{bmatrix} 6 \\ 3 \end{bmatrix}$ with $Hx = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ and describe each solution set.

Türkçe prompt | Hint 1 | Hint 2 | Solution after trying

State the model or matrix dimensions, then show a justified solution

Confidence before checking: 0 / 1 / 2 / 3 Help used: none / Turkish / hint 1 / hint 2

ME-07-S2 Interpretation and verification

Explain why singularity does not mean that every right-hand side produces no solution.

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

One step I still need to explain without looking

Compare with the model answer only after writing

ME-07-S3 Interpret a cross-country shock

Let $c_1=c_2=0.5$, $m_1=m_2=0.25$, $A_1=60$ and $A_2=40$. Find both equilibrium incomes. Then increase A_1 by 10. Find ΔY_1 and ΔY_2 , and explain why $\partial Y_2^*/\partial A_1$ is not the same object as the conditional slope dY_2/dY_1 .

Türkçe prompt | Hint 1 | Hint 2 | Solution after trying

State the model or matrix dimensions, then show a justified solution

Confidence before checking: 0 / 1 / 2 / 3 Help used: none / Turkish / hint 1 / hint 2

ME-07-S3 Interpretation and verification

Explain the positive spillover from an A_1 increase and distinguish $\partial Y_2^*/\partial A_1$ from the structural slope dY_2/dY_1 .

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

One step I still need to explain without looking

Compare with the model answer only after writing

Türkçe support

Bu bölüm dili ve gerekçeyi anlamak içindir. Açıklamayı aynen kopyalama; okuduktan sonra kendi çözümüne dön. İngilizce soru sayfalarında yanıtları görmeden deneme yapabilirsin.

What does an inverse undo?

Bir katsayı matrisi, bilinmeyenleri farklı ağırlıklarla birleştirerek denklemlerin sol tarafını oluşturur. Ters matris bu ortak dönüşümü geri alır. Örneğin A^{-1} yazarken her a_{ij} elemanını $1/a_{ij}$ yapmayız; tüm satır ve sütun ilişkilerini dikkate alırız. Birim matris I , çarptığı vektörü değiştirmez; bu yüzden tersin kontrolü çarpımın I olmasıdır.

$$AA^{-1}=A^{-1}A=I$$

[Back to English](#)

Square is necessary, not sufficient

Kare olmak, satır ve sütun sayılarının aynı olmasıdır; tek başına tersin varlığını garanti etmez. Satırlar veya sütunlar arasında doğrusal bağımlılık varsa bilgi tekrarı vardır ve dönüşüm bazı farklı vektörleri ayırt edemez. $\det(A)=0$ iken A^{-1} yöntemi kullanılamaz. Ancak bundan $Ax=d$ için kesinlikle hiç çözüm yok sonucu çıkmaz: sağ tarafa bağlı olarak hiç çözüm veya sonsuz çözüm olabilir.

A is $n \times n$ and $\det(A) \neq 0 \Leftrightarrow A^{-1}$ exists

[Back to English](#)

A unique inverse, with the same dimensions

Bu özellikler p28 üzerindeki ters matris özetinin tamamlayıcı parçalarıdır. $(A^{-1})^{-1}=A$ çünkü geri alma işlemini geri alırsak ilk dönüşüme döneriz. $(AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$ koşulu A ve B aynı boyutta ve terslenebilirken geçerlidir. Sıra rastgele değildir: ABx içinde önce B uygulanır, sonra A ; geri dönerken önce A , sonra B geri alınır.

$$(A^{-1})^{-1}=A; (AB)^{-1}=B^{-1}A^{-1}$$

[Back to English](#)

From a minor to an adjugate

Minör bir matrisin tamamı değil, ilgili satır ve sütun çıkarılınca kalan matrisin determinantıdır. Kofaktörde ek işaret $(-1)^{i+j}$ kullanılır; 3×3 işaret düzeni $+-+ / -+- / +--$ şeklindedir. Kofaktör matrisi C ile $\text{adj}(A)$ aynı şey değildir: $\text{adj}(A)=C^T$. Notlarda kullanılan “adjoint” sözcüğü burada klasik adjugate anlamındadır; eşlenik transpoz ile karıştırmayın.

$$C_{ij}=(-1)^{i+j}M_{ij}; \text{adj}(A)=C^T; A^{-1}=\text{adj}(A)/\det(A)$$

[Back to English](#)

The two-country economy

Yalnızca iki ülke vardır; üçüncü ülke yoktur. Bu nedenle ülke 1'in ithalatı, ülke 2'nin ihracatıdır: $M_1=X_2$. Benzer biçimde $M_2=X_1$. $C_i=c_iY_i$ tüketim ilişkisini, $M_i=m_iY_i$ ithalat ilişkisini verir. A_i , örneğin otonom tüketim, yatırım ve kamu harcaması gibi gelire bağlı olmayan harcamaları bir araya getirir. A burada katsayı matrisi için de kullanılır; alt indisli A_1, A_2 harcamalardır ve farklı nesnelerdir. Not p41, A_i için C_0, I_0, G_0 bileşenlerini/örneklerini listeler; her ülke için bunların ayrı sayısal dağılımı verilmez.

$$Y_i=C_i+A_i+X_i-M_i; C_i=c_iY_i; M_i=m_iY_i$$

[Back to English](#)

Assumptions, units, and what is endogenous

c ve m oranları boyutsuzdur; gelir bir parasal akım ölçüsüdür. Harcama büyüklüklerini ortak değer birimi ve aynı dönemle yazmadan denklemler ekonomik olarak karşılaştırılmaz. A_1, A_2 model dışından verilen değişkenler; c_1, c_2, m_1, m_2 verilen parametreler; Y_1, Y_2 birlikte çözülen içsel değişkenlerdir. Pozitif gelir yorumu için ayrıca otonom harcamaların uygun, örneğin pozitif, değerlerde olması gerekir. Bu statik sistem tek başına zaman içindeki yakınsamayı ispatlamaz.

$$0 < c_1, c_2 < 1; 0 < m_1, m_2 < 1$$

[Back to English](#)

Why multiply on the left?

Önce boyutları görün: A $n \times n$, x ve d $n \times 1$ boyutundadır. $A^{-1}d$ tanımlıdır ve $n \times 1$ sonuç verir. Buna karşılık dA^{-1} , $n > 1$ iken $(n \times 1)(n \times n)$ olduğundan iç boyutlar 1 ve n uyuşmaz. p28'deki sağdan çarpma denemesi geçerli bir yöntem değil, düzeltilmesi gereken bir yanlış başlangıçtır. Ayrıca matris çarpımı genel olarak değişmeli olmadığından ters matrisi gelişiğüzel taşıyamayız.

$$A^{-1}(Ax)=(A^{-1}A)x=Ix=x$$

[Back to English](#)

Trade is leakage locally and demand abroad

Bir ülkenin ithalatı kendi iç talebi açısından sızıntıdır; fakat ticaret ortağı açısından ihracat talebidir. A_1 artarsa Y_1 yükselir; $M_1=m_1Y_1$ artışı X_2 'yi artırır; böylece Y_2 yükselir. Y_2 artınca $M_2=X_1$ de artar ve ülke 1'e geri dönüş olur. Çözdüğümüz denge formülü bu karşılıklı etkileri birlikte içerir. Bu anlatım, bağımsız bir zaman uyarlama kuralı verilmediği için dinamik istikrar kanıtı değildir.

$$A_1 \uparrow \rightarrow Y_1 \uparrow \rightarrow M_1=X_2 \uparrow \rightarrow Y_2 \uparrow \rightarrow M_2=X_1 \uparrow$$

[Back to English](#)

A positive determinant is economically useful

$D=(1-c_1)(1-c_2)+(1-c_1)m_2+m_1(1-c_2)$ ifadesindeki her çarpan pozitifdir. Böylece $D>0$ olduğunu gördüğümüz için hem ters matris vardır hem de şok çarpanlarının işaretini güvenle okuyabiliriz. Pozitif katsayılarla pozitif A_1, A_2 verilirse gelirlerin payları da pozitifdir. Fakat “tek denge var” ile “ekonomi zamanla mutlaka o dengeye gider” farklı iddialardır.

$$D=(1-c_1)(1-c_2)+(1-c_1)m_2+m_1(1-c_2)>0$$

[Back to English](#)

Structural slope versus a policy effect

p42'de “ $\partial Y_1/\partial Y_2$ teknik olarak doğru mu, içsellik sorunu var mı?” sorusu açık bırakılmıştır. İlk yapısal denklemi A_1 sabitken çözersek $Y_1=(A_1+m_2Y_2)/(1-c_1+m_1)$; bu ilişkinin eğimi $m_2/(1-c_1+m_1)$ olur. Ancak Y_2 modelin dışından serbestçe seçilen bir düğme değildir. Örneğin A_2 şokunun Y_1 üzerindeki toplam denge etkisi m_2/D 'dir. Belirli bir A_2 şokunda dY_1/dY_2 oranı yapısal eğime eşit olabilir; bu, $\partial Y_1/\partial A_2$ ile aynı türev olduğu anlamına gelmez. Notlarda hata terimi veya tahmin yöntemi verilmediğinden buradan tek başına istatistiksel içsellik yanlılığı sonucu da çıkaramayız.

Structural slope: $m_2/(1-c_1+m_1)$; equilibrium response to A_2 : m_2/D

[Back to English](#)

ME-07-C1 Question support

Kare bir matrisin determinantı sıfırsa hangi sonuç kesindir?

[Return to foundations](#)

ME-07-C2 Question support

Çarpımın tanımlı olması ve çarpan sırası birlikte önemlidir.

[Return to foundations](#)

ME-07-C3 Question support

A₂ artışının Y₁ üzerindeki etkisinin ekonomik zincirini seçin.

[Return to foundations](#)

Inverse properties and the solution formula - source p28

p28'deki bütün ters matris özelliklerini çarpımın tanımından kontrol ediyoruz.

Source PDF pages 28

$$Ax=d \rightarrow A^{-1}Ax=A^{-1}d \rightarrow Ix=A^{-1}d \rightarrow x=A^{-1}d$$

Her iki tarafa aynı soldan çarpma uygulanır. Birleşme özelliği $(A^{-1}A)x$ yazmaya izin verir; $A^{-1}A=I$ ve $Ix=x$ olduğundan bilinmeyen vektör yalnız kalır.

If $AB=BA=I$ and $AC=CA=I$, then $B=BI=B(AC)=(BA)C=IC=C$.

İlk eşitlikte I etkisizdir; I yerine AC koyarız. Birleşmeyle BA yan yana gelir ve I olur. Sonuç $B=C$ olduğundan ters matris tektir.

$$A^{-1}A=AA^{-1}=I \rightarrow (A^{-1})^{-1}=A$$

A , A^{-1} ile her iki sırada çarpılınca I verdiği için A^{-1} 'in tersinin tanımını sağlar. Bu karşılıklı ters olma özelliğidir.

$$(AB)(B^{-1}A^{-1})=A(BB^{-1})A^{-1}=AA^{-1}=I; (B^{-1}A^{-1})(AB)=I$$

A ve B aynı $n \times n$ boyutta ve terslenebilir olmalıdır. Sırayı tersine çevirmezsek BB^{-1} ve AA^{-1} çiftlerini yan yana getiremeyiz; genel olarak $AB \neq BA$ olduğu için keyfi yer değiştiremeyiz.

[Back to English](#)

The complete 3×3 cofactor procedure - pp36-38

İşaret düzeni, silinen satır-sütun ve son transpoz birlikte uygulanır; yalnızca birkaç kofaktör hesaplamak yeterli değildir.

Source PDF pages 36-38

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix}$$

İndislerde ilk sayı satır, ikinci sayı sütundur. Kofaktör C_{ij} hesaplanırken a_{ij} 'nin bulunduğu satır ve sütun silinir.

$$C_{11}=a_{22}a_{33}-a_{23}a_{32}; C_{12}=-(a_{21}a_{33}-a_{23}a_{31}); C_{13}=a_{21}a_{32}-a_{22}a_{31}$$

Örneğin C_{12} için 1. satır ve 2. sütunu silince kalan 2×2 determinant $a_{21}a_{33}-a_{23}a_{31}$ olur. Konum işareti negatif olduğu için parantezin tamamını eksiyle çarparız.

$$C_{21}=-(a_{12}a_{33}-a_{13}a_{32}); C_{22}=a_{11}a_{33}-a_{13}a_{31}; C_{23}=-(a_{11}a_{32}-a_{12}a_{31})$$

Minörün kendi determinant işaretiyle kofaktörün ek işareti farklı işlemlerdir. İkisini birden doğru uygulamak gerekir; negatif bir minör negatif kofaktör konumunda pozitif sonuç verebilir.

$$C_{31}=a_{12}a_{23}-a_{13}a_{22}; C_{32}=-(a_{11}a_{23}-a_{13}a_{21}); C_{33}=a_{11}a_{22}-a_{12}a_{21}$$

Üçüncü satır silindiğinde sadece ilk iki satırın elemanları kalır. Tüm dokuz kofaktörü kendi i, j konumuna yerleştiririz.

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} \end{bmatrix}; \text{adj}(A)=C^T = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{21} & C_{31} \\ C_{12} & C_{22} & C_{32} \\ C_{13} & C_{23} & C_{33} \end{bmatrix}$$

Transpozda satır ve sütun indisleri yer değiştirir. Bu adımı atlamak genellikle yanlış ters matris üretir; C simetrik değilse C ile C^T farklıdır.

$$A^{-1}=C^T/\det(A); \text{verify } AA^{-1}=I$$

Determinant bir sayı, $\text{adj}(A)$ ise matristir. Bölme her elemana uygulanır. En son çarpımı hesaplayarak I elde edildiğini görmek işaret ve transpoz hatalarını yakalar.

[Back to English](#)

Build and invert the two-country model - pp41-42

Gelirlerin her iki denklemde bulunması nedeniyle tek tek bağımsız çözüm yapamayız; ortak katsayı matrisini kurarız.

Source PDF pages 41-42

$$Y_1=c_1Y_1+A_1+m_2Y_2-m_1Y_1; Y_2=c_2Y_2+A_2+m_1Y_1-m_2Y_2$$

Y_1 denkleminde ihracat $X_1=M_2=m_2Y_2$, ithalat $M_1=m_1Y_1$ 'dir. Y_2 denkleminde yönler tersine döner. İthalat eksi, ihracat artı işaretlidir.

$$Y_1-c_1Y_1+m_1Y_1-m_2Y_2=A_1; Y_2-c_2Y_2+m_2Y_2-m_1Y_1=A_2$$

Sağdaki c_1Y_1 sola eksi, $-m_1Y_1$ sola artı geçer. Her denklemde A_i tek başına sağda kalır; böylece içsel ve dışsal taraf ayrılır.

$$(1-c_1+m_1)Y_1-m_2Y_2=A_1; -m_1Y_1+(1-c_2+m_2)Y_2=A_2$$

Y_1 'in birinci denklemdeki katsayısı $1-c_1+m_1$, ikinci denklemdeki katsayısı $-m_1$ 'dir. Sütun sırasını her iki satırda Y_1, Y_2 olarak koruruz.

$$K = \begin{bmatrix} 1-c_1+m_1 & -m_2 \\ -m_1 & 1-c_2+m_2 \end{bmatrix}; K \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 \\ A_2 \end{bmatrix}$$

Kaynak katsayı matrisini A diye adlandırır. Burada yalnızca karışmayı azaltmak için K diyoruz; matematik değişmez. Köşegen dışı eksi işaretler ülkeler arası olumlu talep bağıını denklemin soluna taşıdığımız için oluşur.

$$D = \det(K) = (1-c_1+m_1)(1-c_2+m_2) - (-m_2)(-m_1)$$

$(-m_2)(-m_1) = m_1m_2$ olduğu için determinanтта bu çarpım çıkarılır. İşaretlerin unutulması tüm çarpanları değiştirir.

$$D = (1-c_1)(1-c_2) + (1-c_1)m_2 + m_1(1-c_2) + m_1m_2 - m_1m_2$$

İki parantezin dört çarpımını yazdık. Son iki terim birbirini götürür; kalan üç terim eğilim varsayımları altında pozitiftir.

$$D = (1-c_1)(1-c_2) + (1-c_1)m_2 + m_1(1-c_2) > 0; K^{-1} = (1/D) \begin{bmatrix} 1-c_2+m_2 & m_2 \\ m_1 & 1-c_1+m_1 \end{bmatrix}$$

Pozitif determinant, tek çözümü garanti eder. Başlangıçtaki $-m_2$ ve $-m_1$ ters alma sırasında $+m_2$ ve $+m_1$ olur.

$$Y_1^* = [(1-c_2+m_2)A_1 + m_2A_2]/D; Y_2^* = [m_1A_1 + (1-c_1+m_1)A_2]/D$$

İndirgenmiş biçimde her içsel değişken yalnızca model dışından verilen büyüklükler ve parametrelerle ifade edilir. A_1, A_2 pozitifken hem pay hem payda pozitif olduğundan gelirler de pozitiftir.

[Back to English](#)

Comparative effects and the structural-slope question - p42

Diğer bütün dışsal büyüklükleri ve parametreleri sabit tutarak toplam denge etkisini buluyoruz.

Source PDF pages 42

$$\partial Y_1^*/\partial A_1 = (1 - c_2 + m_2)/D > 0; \partial Y_2^*/\partial A_1 = m_1/D > 0$$

Y_1 'in payında A_1 'in katsayısı $1 - c_2 + m_2$; Y_2 'nin payında m_1 'dir. Payda A_1 'e bağlı olmadığı için bölüm kuralı burada sabit paydaya bölmeye indirgenir.

$$\partial Y_1^*/\partial A_2 = m_2/D > 0; \partial Y_2^*/\partial A_2 = (1 - c_1 + m_1)/D > 0$$

A_2 kendi ülkesinde doğrudan talep, ülke 1'de ihracat kanalıyla talep yaratır. $D > 0$ ve $m_2 > 0$ işaret yorumunu destekler.

$$(1 - c_1 + m_1)Y_1 = A_1 + m_2Y_2 \rightarrow Y_1 = (A_1 + m_2Y_2)/(1 - c_1 + m_1)$$

m_2Y_2 sol taraftan sağa alınır; sonra pozitif $1 - c_1 + m_1$ katsayısına bölünür. Bu yalnızca tek denklemin eğri biçimidir, bütün modelin indirgenmiş biçimi değildir.

Holding A_1 fixed: slope $dY_1/dY_2 = m_2/(1 - c_1 + m_1)$. Under an A_2 shock:

$$(dY_1^*/dA_2)/(dY_2^*/dA_2) = m_2/(1 - c_1 + m_1).$$

Bu eşitlik A_1 ve parametreler sabitken A_2 değiştirilen deney için geçerlidir. Farklı bir dışsal değişiklik aynı gelir-gelir oranını vermek zorunda değildir; örneğin A_1 değişimi ilk yapısal eğriyi kaydırır. İçsel değişkeni bağımsız bir politika aracıymış gibi yorumlamayın.

[Back to English](#)

A singular source matrix - p36

Determinant kontrolü boşuna işlem yapmayı önler; kaynak sayfadaki bağımlılık örneğini doğru katsayılarla yazıyoruz.

Source PDF pages 36

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 4 \end{bmatrix}$$

v_3 'ün her elemanı v_1 'in iki katıdır. Dolayısıyla üçüncü sütun bağımsız bilgi getirmez.

$$v_3 = 2v_1 \rightarrow -2v_1 + 0v_2 + v_3 = 0$$

Doğrusal bağımlılık için sıfır vektörünü veren en az bir sıfır olmayan katsayı gerekir.

Kaynaktaki bazı k katsayısı karalamaları sütun sırasıyla tutarlı değildir; örneğin $(-2, 0, 1)$ ve bunun 4 katı $(-8, 0, 4)$ doğru örneklerdir.

$$\det(A)=0\cdot(12-2)-(-1)\cdot(4-4)+0\cdot(1-6)=0$$

Orta terimin minörü $1\cdot4-2\cdot2=0$ 'dır. Diğer iki terim ilk satırdaki sıfırlar nedeniyle sıfır olur. $\det(A)=0$ olduğundan bu A'nın tersi yoktur; sıfıra bölme yapılamaz.

Kaynak okuma notu - PDF 36

Kaynak sütunları için doğru sıfır olmayan katsayılar $(-2,0,1)$ ve bunun sıfır olmayan katlarıdır. El yazısındaki tutarsız örnek katsayıları doğru sonuç olarak kopyalamıyoruz.

[Back to English](#)

Two source inverses - pp38-39

Ana köşegendeki iki elemanı değiştir, diğer iki elemanın işaretini değiştir ve determinantın tamamına böl; nedenini aşağıdaki kofaktörler gösteriyor.

Source PDF pages 38-39

$$A = \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}; \det(A) = 4\cdot5 - 3\cdot2 = 20 - 6 = 14$$

Çapraz çarpımları sırayla çıkarırız. 14, bütün ters matris elemanlarının ortak paydasıdır.

$$C = \begin{bmatrix} 5 & -2 \\ -3 & 4 \end{bmatrix}; C^T = \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}$$

$C_{12}=-2$ ve $C_{21}=-3$ 'tür. Transpozda bunlar yer değiştirir; doğrudan $C/14$ yazmak yanlış olur.

$$A^{-1} = (1/14) \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix}; AA^{-1} = (1/14) \begin{bmatrix} 14 & 0 \\ 0 & 14 \end{bmatrix} = I$$

Sol üst $4\cdot5+3\cdot(-2)=14$; sağ üst $4\cdot(-3)+3\cdot4=0$; sol alt $2\cdot5+5\cdot(-2)=0$; sağ alt $2\cdot(-3)+5\cdot4=14$. Sonra 14'e bölünce I olur.

$$B = \begin{bmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}; \det(B) = (-1)\cdot2 - 3\cdot2 = -8$$

Negatif determinant tersin olmadığı anlamına gelmez. Her elemana negatif paydanın işareti de uygulanır.

$$\text{adj}(B) = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ -2 & -1 \end{bmatrix}; B^{-1} = \begin{bmatrix} -1/4 & 3/8 \\ 1/4 & 1/8 \end{bmatrix}$$

$2/(-8)=-1/4$; $(-3)/(-8)=3/8$; $(-2)/(-8)=1/4$; $(-1)/(-8)=1/8$. Kaynaktaki A^{-1} etiketi harf sürçmesidir; hesaplanan matris B^{-1} 'dir.

Kaynak okuma notu - PDF 39

Hesaplanan ters B'ye aittir. Matris elemanları doğrudur; A^{-1} harfi B^{-1} olarak düzeltilmiştir.

[Back to English](#)

Solve the exact source system - pp40-41

Bir önceki ters matrisi gerçek bir denklem sisteminde kullanıyoruz; bu kaynak örneği, aşağıdaki yeni sayılı alıştırmadan ayırdır.

Source PDF pages 40-41

$$4x+3y=28; 2x+5y=42 \rightarrow \begin{bmatrix} 4 & 3 \\ 2 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 28 \\ 42 \end{bmatrix}$$

Birinci sütun x katsayıları 4 ve 2; ikinci sütun y katsayıları 3 ve 5; sağ taraf 28 ve 42 olur.

$$\det(A)=14 \neq 0; \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = (1/14) \begin{bmatrix} 5 & -3 \\ -2 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 28 \\ 42 \end{bmatrix}$$

Ters matris sağ taraftaki vektörün solundadır. p41'deki bir ara satırda -3 yerine $+3$ görünür; doğru kofaktör ve doğru sonuç için işaret -3 olmalıdır.

$$x=(5 \cdot 28 - 3 \cdot 42)/14=(140-126)/14=1; y=(-2 \cdot 28 + 4 \cdot 42)/14=(-56+168)/14=8$$

İki bileşen aynı anda aynı paydaya bölünür. Alternatif olarak $[28,42]^T/14=[2,3]^T$ yapıp $\text{adj}(A)$ ile çarpabiliriz; sonuç yine $[1,8]^T$ olur.

$$4 \cdot 1 + 3 \cdot 8 = 28; 2 \cdot 1 + 5 \cdot 8 = 42$$

Yalnızca dönüştürülmüş sistem değil, başlangıçtaki iki denklem de sağlandığı için çözümü doğruladık. $\det(A) \neq 0$ olduğundan başka çözüm yoktur.

Kaynak okuma notu - PDF 41

Kofaktörden gelen -3 işareti korunur. İki başlangıç denkleminle kontrol edildiğinde $x=1, y=8$ doğrudur.

[Back to English](#)

ME-07-W1 Worked example support

Kaynakta kurulan modeli yeni sayılarla uygula. Önce gelirleri birlikte çöz; sonra C_i ve M_i ilişkilerine geri dön. İhracatı ayrı bir bağımsız sayı gibi seçme: $X_1=M_2$ ve $X_2=M_1$.

$$0.6Y_1 - 0.1Y_2 = 80; -0.2Y_1 + 0.6Y_2 = 40$$

Birinci katsayı $1 - 0.6 + 0.2 = 0.6$; ikinci katsayı $1 - 0.5 + 0.1 = 0.6$. Çapraz katsayılar $-m_2 = -0.1$ ve $-m_1 = -0.2$ olur.

$$D = 0.6 \cdot 0.6 - (-0.1)(-0.2) = 0.36 - 0.02 = 0.34$$

0.34 sıfır olmadığı için hem ters yöntemi hem Cramer yöntemi kullanılabilir.

$$Y_1^* = (0.6 \cdot 80 + 0.1 \cdot 40) / 0.34 = 52 / 0.34 = 2600 / 17;$$

$$Y_2^* = (0.2 \cdot 80 + 0.6 \cdot 40) / 0.34 = 40 / 0.34 = 2000 / 17$$

Gelirler yaklaşık 152.9412 ve 117.6471'dir. Kesirleri korumak daha sonraki harcama ve ticaret kontrollerinde yuvarlama hatasını önler.

$$C_1 = 1560 / 17; C_2 = 1000 / 17; M_1 = X_2 = 520 / 17; M_2 = X_1 = 200 / 17$$

$C_1 = 0.6 \cdot 2600 / 17$; $C_2 = 0.5 \cdot 2000 / 17$. İthalatlarda ülkenin kendi geliri kullanılır; ihracat karşı ülkenin ithalatıdır.

$$Y_1 = (1560 + 1360 + 200 - 520) / 17 = 2600 / 17; Y_2 = (1000 + 680 + 520 - 200) / 17 = 2000 / 17$$

$80 = 1360 / 17$ ve $40 = 680 / 17$ yazdık. Böylece $C + A + X - M$ toplamalarının tam olarak hesaplanan gelirleri verdiğini görüyoruz.

$$\Delta Y_1 = (0.1 / 0.34) \cdot 10 = 50 / 17; \Delta Y_2 = (0.6 / 0.34) \cdot 10 = 300 / 17$$

Model A_1, A_2 açısından doğrusal olduğu için bu sonlu 10 birimlik değişim yaklaşık değil tamdır. Yeni gelirler $Y_1 = 2650 / 17$ ve $Y_2 = 2300 / 17$ olur; parametreler değişmediği için D sabit kalır.

Ülke 2 harcama artışının ülke 1'e nasıl taşındığını ve statik modelin neyi söylemediğini açıkla.

[Return to the worked example](#)

ME-07-S1 Question support

Önce katsayı matrisini x, y sırasıyla kur. Sonuçları iki başlangıç denkleminde de sınamadan bitirme.

Sıfır olmayan determinant neden tek çözüm sağlar? Ekonomik yorum için ayrıca neleri kontrol etmeliyiz?

[Return to the problem](#)

ME-07-S2 Question support

Tekil matris ile çözümsüz sistem aynı kavram değildir. İki farklı sağ tarafı ayrı ayrı incele.
Tekillik neden her sağ taraf için çözümsüzlük demek değildir?

[Return to the problem](#)

ME-07-S3 Question support

Aynı hesapta bir dışsal şok çarpanı ile tek denklemin gelir-gelir eğimini ayır.
 A_1 artışının ülke 2'ye olumlu etkisini ve dışsal şok çarpanıyla yapısal eğim farkını açıkla.

[Return to the problem](#)

Hints Level 1 Choose the strategy

Use one hint, then go back and try. The second level gives a more specific intermediate move.

ME-07-S1

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

ME-07-S2

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

ME-07-S3

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

Hints Level 2 One useful next move

ME-07-S1

The determinant is $3 \cdot 4 - 1 \cdot 2$.

2×2 ters için köşegen elemanları değiştir; diğerlerinin işaretini değiştir; hepsini determinanta böl.

[Return and complete your attempt](#)

ME-07-S2

The first row is twice the second row. The constants must obey the same relation.

İlk sistemde $6 = 2 \cdot 3$ doğru; ikinci sistemde $6 = 2 \cdot 4$ yanlış.

[Return and complete your attempt](#)

ME-07-S3

Both diagonal coefficients are 0.75, and $D = 0.5$.

İlk şok A_1 olduğundan ters matrisin birinci sütununu kullan. Koşullu eğim için ikinci yapısal denklemi Y_2 açısından düzenle.

[Return and complete your attempt](#)

Solutions and model interpretations

ME-07-W1 Model interpretation

The foreign-spending shock raises both incomes. Bilateral exports and imports match exactly. The calculation compares two equilibria; it does not establish a time path.

Ülke 2'nin ek harcaması ülke 1'e de talep taşır. Her ihracatın karşı ülkede eşit ithalatı bulunduğu için dış ticaret muhasebesi tutarlıdır. Çarpanlar iki dengeyi karşılaştırır; dengenin kaç dönemde veya hangi yoldan oluşacağını söylemez.

Check the explanation

- ☐ Names the bilateral identity $M_2=X_1$.
- ☐ Links the foreign spending shock to foreign income, imports and domestic exports.
- ☐ States that the result compares equilibria rather than adjustment times.

ME-07-S1 Solution

$$\det(A)=12-2=10; A^{-1}=(1/10) \begin{bmatrix} 4 & -1 \\ -2 & 3 \end{bmatrix}$$

The matrix is nonsingular.

10 sıfır değildir. Ters matrisin satırlarını sağ tarafla çarpacağız.

$$x=(4 \cdot 11 - 14)/10=30/10=3; y=(-2 \cdot 11 + 3 \cdot 14)/10=20/10=2$$

Take the two dot products.

İkinci pay $-22+42=20$ 'dir; ilk pay $44-14=30$ 'dur.

$$3 \cdot 3 + 2 = 11; 2 \cdot 3 + 4 \cdot 2 = 14$$

Verify both equations.

Her iki eşitlik de sağlanır; determinant sıfır olmadığı için çözüm taktır.

Model English interpretation

Since $\det(A)=10 \neq 0$, the coefficient matrix is invertible, so the system has the unique solution $x=3, y=2$. Both original equations are satisfied. The question supplies no economic labels or units for x and y , so no economic quantity or policy meaning should be invented.

Türkçe reasoning

Terslenebilirlik her sabit vektörü için tek bir çözüm verir. Ancak x ve y 'ye fiyat, miktar veya gelir adı verilmediği için bu örnekten kendiliğinden ekonomik yorum çıkarılamaz. Ekonomik modelde ayrıca değişken tanımları, birimler ve kabul edilebilirlik koşulları gerekir.

Check your explanation

- ☐ States that A is invertible and hence maps each d to one x .
- ☐ Checks the original equations.
- ☐ Does not invent an economic meaning or unit not supplied by the problem.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

ME-07-S2 Solution

$$\det(H) = 2 \cdot 2 - 4 \cdot 1 = 0$$

Being square is not sufficient for invertibility.

Satırlar bağımlıdır; ters matrisi tanımlayan tekil olmayan koşulu sağlanmaz.

$$Hx = [6, 3]^T \rightarrow x_1 + 2x_2 = 3 \rightarrow (x_1, x_2) = (3 - 2t, t), t \in \mathbb{R}$$

The equations coincide and leave one free variable.

İlk denklem ikinci denklemin iki katıdır. $x_2 = t$ seçilince $x_1 = 3 - 2t$ olur; sonsuz çözüm vardır.

$$Hx = [6, 4]^T \text{ would require } x_1 + 2x_2 = 3 \text{ and } x_1 + 2x_2 = 4$$

The second system is inconsistent.

Aynı ifade aynı anda 3 ve 4 olamaz; bu kez hiç çözüm yoktur. Katsayı matrisi iki sistemde aynı kalmıştır.

Model English interpretation

Singularity rules out a unique inverse solution; the right-hand side decides consistency.

Türkçe reasoning

“ $\det=0$ ise çözüm yok” ezberi yerine sağ tarafın bağımlılık ilişkisine uyup uymadığını kontrol et.

Check your explanation

- ☐ Links row dependence to the required relation among constants.

☐ Distinguishes infinite solutions from inconsistency.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

ME-07-S3 Solution

$$D=0.75^2-0.25^2=0.5; Y_1=(0.75 \cdot 60+0.25 \cdot 40)/0.5=110;$$

$$Y_2=(0.25 \cdot 60+0.75 \cdot 40)/0.5=90$$

Use the reduced forms.

Paylar 55 ve 45'tir; 0.5'e bölünce 110 ve 90 olur. $0.75 \cdot 110 - 0.25 \cdot 90 = 60$ ve $-0.25 \cdot 110 + 0.75 \cdot 90 = 40$ kontrolü yapılabilir.

$$\Delta Y_1 = (0.75/0.5) \cdot 10 = 15; \Delta Y_2 = (0.25/0.5) \cdot 10 = 5$$

The response to A_1 is given by the first inverse column.

A_1 10 artınca yeni gelirler 125 ve 95 olur. Ülke 2 üzerindeki şok çarpanı 0.5'tir.

$$Y_2 = (A_2 + 0.25Y_1)/0.75 \rightarrow \text{conditional slope} = 1/3; \partial Y_2^*/\partial A_1 = 1/2$$

Different denominators answer different questions.

1/3, A_2 sabitken Y_1 'e göre yapısal eğimdir. 1/2 ise A_1 'deki bir birimlik dışsal değişimin Y_2 'deki toplam denge etkisidir. Bu şokta $\Delta Y_2/\Delta Y_1 = 5/15 = 1/3$ olması iki farklı türevin aynı olduğu anlamına gelmez.

Model English interpretation

The structural slope links the two endogenous movements; the multiplier links an exogenous cause to an equilibrium response.

Türkçe reasoning

Paydadaki değişkeni okuyarak soruyu tanı: Y_1 değişimi mi, A_1 şoku mu? Bu ayrım ekonomik yorumun temelidir.

Check your explanation

- ☐ Traces $A_1 \rightarrow Y_1 \rightarrow$ imports of country 1/exports of country 2 $\rightarrow Y_2$.
- ☐ States that the multiplier is per unit of A_1 , the structural slope per unit of Y_1 .
- ☐ Does not claim a dynamic adjustment speed.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

Concept check answers

ME-07-C1 Answer B

Zero determinant prevents inversion, not necessarily consistency.

Tekillik, katsayıların bir kısmının bağımsız bilgi taşımadığını söyler. Sağ taraf bu ilişkiye uygunsa çok çözüm, aykırıysa çözümsüzlük ortaya çıkar.

If you chose differently: Separate invertibility from whether a particular right-hand side is consistent. Örneğin $x+y=1$ ve $2x+2y=2$ ile ikinci sağ tarafı 3 olan sistemi karşılaştırın.

ME-07-C2 Answer B

$A^{-1}A=I$, and $(3 \times 3)(3 \times 1)$ produces a 3×1 vector.

Soldan çarpınca A^{-1} ile A yan yana gelir. Sağdan dA^{-1} çarpımı $(3 \times 1)(3 \times 3)$ olduğu için iç boyut uyuşmaz.

If you chose differently: Write dimensions before multiplying.

Matris çarpımında soldaki sütun sayısı sağdaki satır sayısına eşit olmalıdır.

ME-07-C3 Answer A

A_2 raises Y_2 and imports $M_2=m_2Y_2=X_1$, so $\partial Y_1^*/\partial A_2=m_2/D>0$.

İthalat ülke 2'nin satın almasıdır; iki ülke varsayımı nedeniyle aynı işlem ülke 1'in ihracat geliridir. Pozitif m_2 ve D bu etkiyi pozitif yapar.

If you chose differently: Use the identity $M_2=X_1$.

Hangi ülkenin ithalatının diğerinin ihracatı olduğunu tek tek yazın.

Reflection and a second attempt

For each skill, mark: not yet / with help / alone. "Alone" means you can demonstrate it with the explanation closed.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can explain why a square matrix may be singular.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can build all cofactors, transpose and verify an inverse.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can solve $Ax=d$ by premultiplication.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can derive the two-country reduced form and prove $D>0$.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can distinguish an exogenous-shock multiplier from a structural slope.

Her formülden önce boyutu ve determinant koşulunu kontrol edebiliyorum. İki ülke modelinde ihracat-ithalat eşleşmesini, yapısal ve indirgenmiş biçimi ve hangi değişkenin dışsal şok olduğunu açıklayabiliyorum.

The first step I could not explain, and the check I will use next time

Next attempt: problem ID and date

Progress is manual. Keep the first attempt visible; use a new page or a different pen colour for the retry.

Source scope

Visually verified p28 inverse collage and pp36-42 at high resolution. All displayed source matrices, numeric inverse examples, $4x+3y=28$ / $2x+5y=42$ system, two-country assumptions, structural/reduced forms, positivity expansion, spillovers and the endogenous-slope question are covered. Explicit corrections: p36 dependence coefficients, p39 B^{-1} label, p41 dropped minus sign. Original W1/S1-S3 numbers are not attributed to the source. No dynamic stability or econometric bias is inferred from the static deterministic equations.