

# ME-09 Review & Worked Practice

Source PDF pages 46 (market bridge), 47-49; 50 checked overflow

Combine equilibrium algebra, comparative statics, exact arithmetic and matrix verification, then write clear English economic interpretations supported by the model.

[Foundations](#) | [Derivations](#) | [Source examples](#) | [Worked example](#) | [Independent practice](#) | [Türkçe support](#) | [Hint levels 1 and 2](#) | [Solutions and English interpretations](#) | [Reflection and retry](#)

## Before you start

What do I already understand, and which step do I need to explain?

---



---



---



---

Do not mark a skill “alone” just because a solution looks familiar. A useful attempt includes the model, the operations, the check and the interpretation.

## Foundations

### Review is reconstruction, not formula hunting

The final notes combine market comparative statics, a two-commodity equilibrium solved two ways, shifted matrix inverses, and multiplication-order checks. Each task starts by identifying the object and its assumptions.

[Türkçe explanation](#)

### Single-market notation and domains

Demand is  $Q^D = a - bP$  and supply is  $Q^S = -c + dP$ , with  $a, b, c, d > 0$ .  $P$  is price and  $Q$  is quantity per period. At equilibrium  $Q^D = Q^S = Q^*$ .

$$P^* = (a + c) / (b + d); \quad Q^* = (ad - bc) / (b + d)$$

| Symbol     | English meaning                | Türkçe karşılığı                  |
|------------|--------------------------------|-----------------------------------|
| $P$        | Price                          | Fiyat                             |
| $Q^D, Q^S$ | Demanded and supplied quantity | Talep edilen ve arz edilen miktar |

| Symbol | English meaning                        | Türkçe karşılığı                  |
|--------|----------------------------------------|-----------------------------------|
| a      | Demand intercept                       | Talep kesişimi                    |
| b      | Magnitude of demand slope              | Talebin eğim büyüklüğü            |
| c      | Magnitude of negative supply intercept | Negatif arz kesişiminin büyüklüğü |
| d      | Supply slope                           | Arz eğimi                         |

Türkçe explanation

## Two commodities: two clearing conditions

With two commodities, each demand equation may depend on both prices. Both markets must clear simultaneously. A positive cross-price coefficient indicates a positive cross-price demand relation within this model.

$$Q_1^D = Q_1^S \text{ and } Q_2^D = Q_2^S$$

Türkçe explanation

## A shifted matrix is a new matrix

In  $(A - 2I)C = I$ , first form  $A - 2I$ . The unknown  $C$  is the inverse of that shifted matrix if it exists. Invertibility of  $A$  alone does not answer whether  $A - 2I$  is invertible.

$$(A - 2I)C = I \Rightarrow C = (A - 2I)^{-1}, \text{ if } \det(A - 2I) \neq 0$$

Türkçe explanation

## Associativity is not commutativity

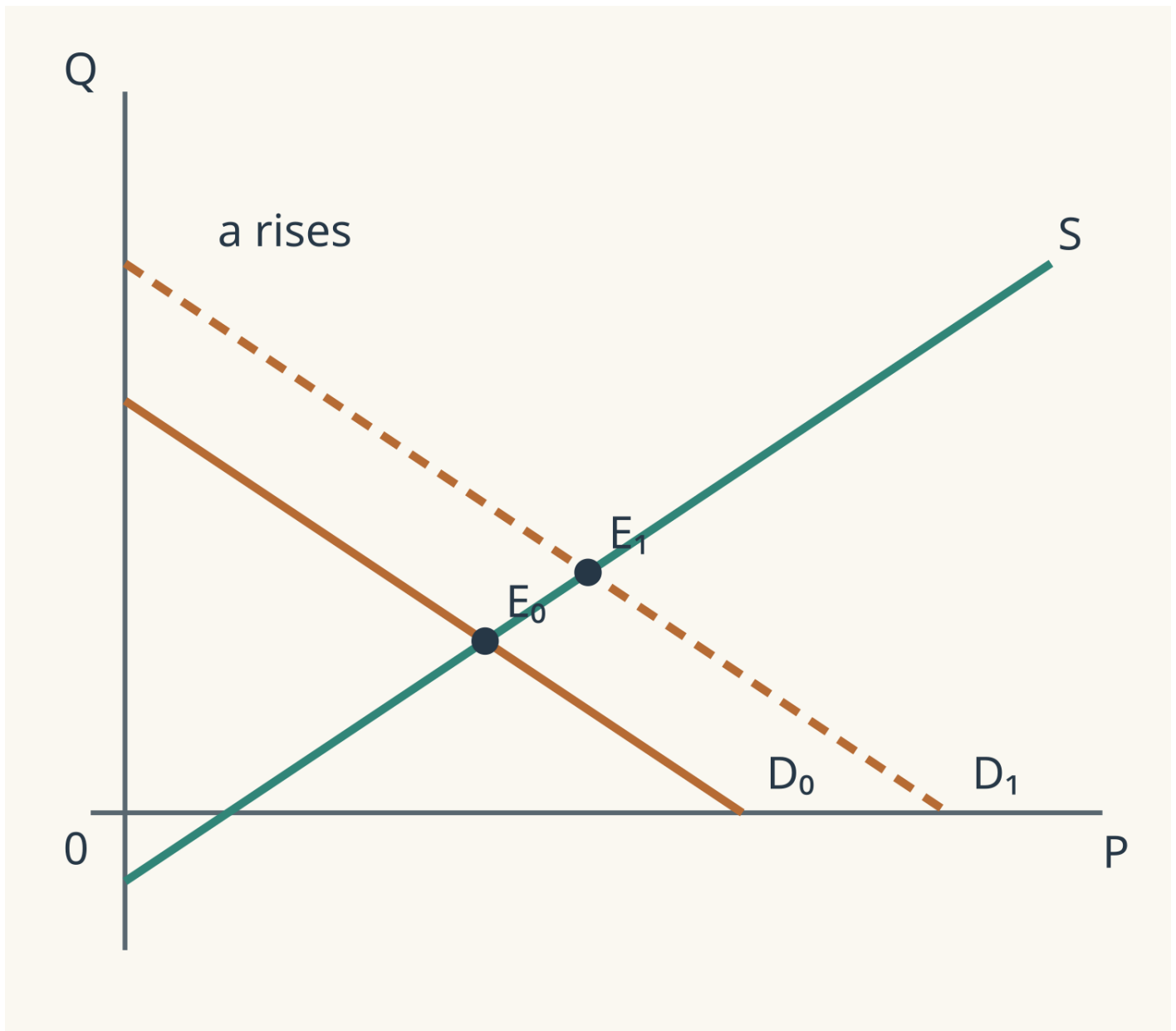
$C(BA) = (CB)A$  changes the brackets but preserves the factor order  $C, B, A$ . Dimensions can help choose the cheaper grouping and reject invalid reorderings.

$$(1 \times 3)(3 \times 2)(2 \times 4) \rightarrow 1 \times 4$$

Türkçe explanation

## Demand-intercept increase: both price and quantity rise

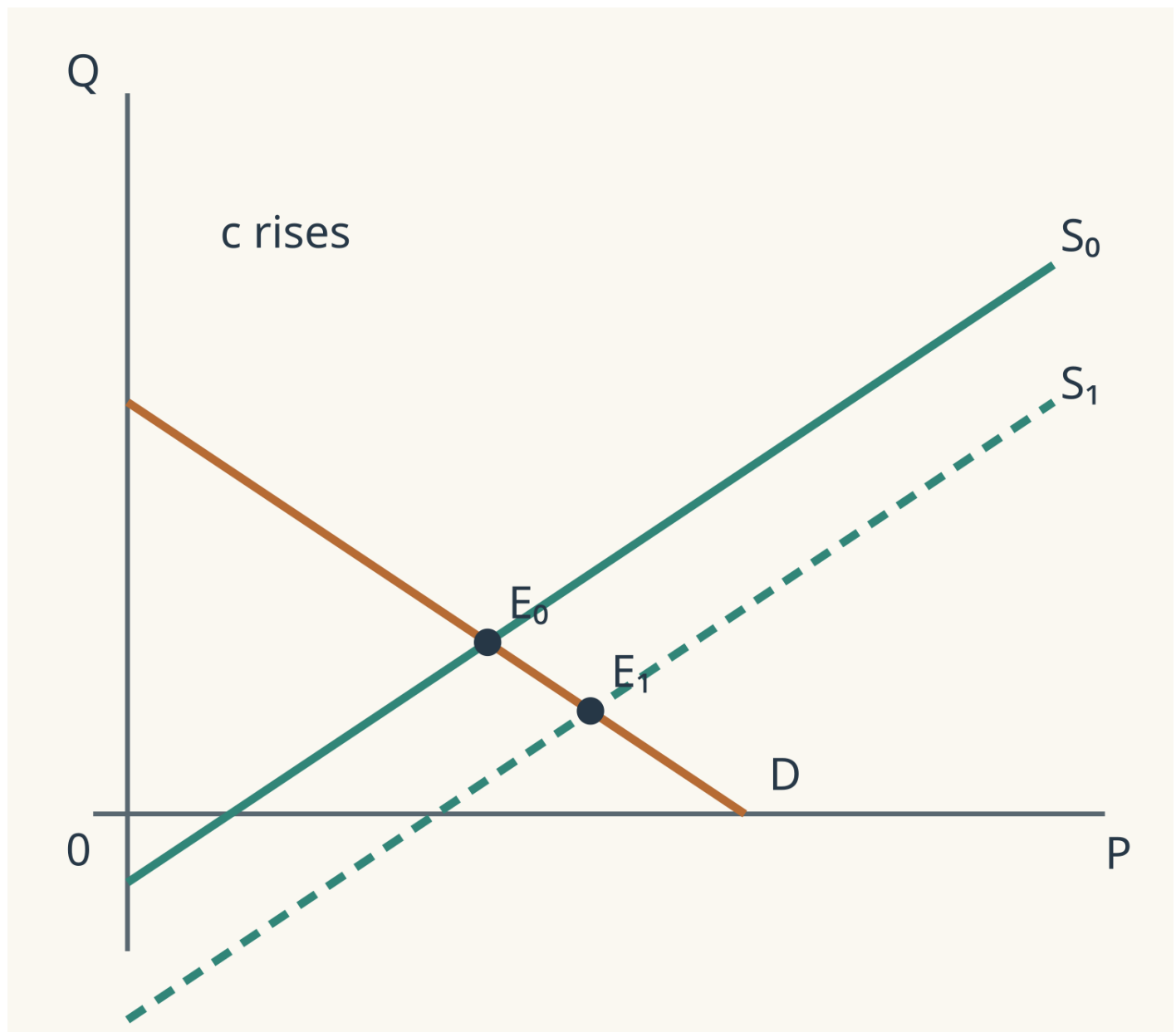
Raising a shifts demand upward at every price. With supply unchanged, the new intersection has higher  $P^*$  and  $Q^*$ . The source plots  $P$  horizontally and  $Q$  vertically.



Türkçe explanation

### Supply-intercept magnitude increase: price rises, quantity falls

Because supply is  $-c+dP$ , increasing  $c$  lowers supply at every fixed price. In the source's P-horizontal diagram it shifts the supply line down/right; this is a contraction, not a supply expansion.



Türkçe explanation

### Do not round a price before calculating quantity

The source prices 3.35 and 3.47 are rounded displays of  $57/17$  and  $59/17$ . Substituting the rounded values gives slightly distorted quantities.

$$P_1^* = 57/17; P_2^* = 59/17; Q_1^* = 194/17; Q_2^* = 143/17$$

Türkçe explanation

## An identity target gives a strong impossibility test

If a candidate matrix has a zero first row, every product with it on the left also has a zero first row. It cannot equal  $I$ , whose first row is nonzero.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u & v \\ w & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3u & 3v \end{bmatrix} \neq I$$

[Türkçe explanation](#)

## Pause and test your understanding

### ME-09-C1

In  $Q^s = -c + dP$ , what happens at a fixed price when  $c$  increases?

- A. Quantity supplied increases.
- B. Quantity supplied decreases.
- C. Only the demand curve changes.

My choice and the reason, before checking

---



---

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

### ME-09-C2

$A=2 \times 4$ ,  $B=3 \times 2$  and  $C=1 \times 3$ . Which statement is correct?

- A.  $AB$  is defined and is  $2 \times 2$ .
- B.  $C(BA)$  and  $(CB)A$  are both defined and are  $1 \times 4$ .
- C.  $CBA$  is undefined because three matrices cannot be multiplied.

My choice and the reason, before checking

---



---

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

**ME-09-C3**

Why can  $\det(A) \neq 0$  be insufficient for solving  $(A - 2I)C = I$ ?

- A. The determinant of  $A - 2I$ , not  $A$ , must be nonzero.
- B. Identity matrices cannot be subtracted.
- C.  $A - 2I$  always has determinant zero.

My choice and the reason, before checking

---



---

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

**ME-09-C4**

A derivative  $\partial P^*/\partial a$  is positive. What can you conclude?

- A. A higher  $a$  raises equilibrium price with  $b, c, d$  held fixed.
- B. Price must rise over time even if all parameters stay fixed.
- C. Every increase in any parameter raises both price and quantity.

My choice and the reason, before checking

---



---

[Türkçe question support](#) | [Check later](#)

**Derivations with reasons****All eight single-market comparative-static derivatives**

The source derives the  $a$  and  $c$  effects; its preceding page asks for the eight derivatives. We complete  $b$  and  $d$  as well. Let  $S = b + d > 0$ ,  $R = ad - bc$ , so  $P^* = (a + c)/S$  and  $Q^* = R/S$ .

Source PDF pages 46-47

$$\partial P^*/\partial a = [1 \cdot S - (a + c) \cdot 0]/S^2 = 1/S > 0$$

Changing  $a$  leaves the denominator unchanged.

$$\partial Q^*/\partial a = [d \cdot S - R \cdot 0]/S^2 = d/S > 0$$

The derivative of  $ad - bc$  with respect to  $a$  is  $d$ .

$$\partial P^*/\partial c = 1/S > 0; \partial Q^*/\partial c = [(-b)S - R \cdot 0]/S^2 = -b/S < 0$$

A larger  $c$  reduces supply at every price.

$$\partial P^*/\partial b = [0 \cdot S - (a+c) \cdot 1]/S^2 = -(a+c)/S^2 < 0$$

A change in  $b$  alters the denominator.

$$\partial Q^*/\partial b = [(-c)S - R]/S^2 = [-cb - cd - ad + bc]/S^2 = -d(a+c)/S^2 < 0$$

Expand the numerator to cancel  $-cb + bc$ .

$$\partial P^*/\partial d = -(a+c)/S^2 < 0$$

The denominator grows one-for-one with  $d$ .

$$\partial Q^*/\partial d = [aS - R]/S^2 = [ab + ad - ad + bc]/S^2 = b(a+c)/S^2 > 0$$

Cancel  $ad$  terms and factor  $b$ .

$$a \uparrow: P \uparrow, Q \uparrow; b \uparrow: P \downarrow, Q \downarrow; c \uparrow: P \uparrow, Q \downarrow; d \uparrow: P \downarrow, Q \uparrow$$

Summarize directions while keeping the underlying mechanisms distinct.

[Detailed Turkish reasoning](#)

### **An English interpretation answer has four parts**

State the change, the ceteris-paribus condition, the result with units, and the mechanism.

Cause: "An increase in  $a$ , holding  $b, c, d$  fixed, ..."

Identify the exogenous experiment.

Result: "... raises equilibrium price by  $1/(b+d)$  per unit of  $a$  and quantity by  $d/(b+d)$ ."

Translate derivative magnitudes into marginal effects.

Mechanism: "Demand is higher at each price, so movement along the unchanged upward-sloping supply curve raises both price and quantity."

Connect the formulas to the economic curves.

Limits: "The comparison is static and assumes an economically admissible equilibrium."

Avoid unsupported claims about adjustment speed, welfare or universal causality.

[Detailed Turkish reasoning](#)

## Source examples and checked readings

These examples retain the source numbers and mathematical content. The explanations are newly written. Any checked correction is placed next to the affected calculation.

### Source example: market comparative statics and both diagrams - p47

Exact source model:  $Q^D = a - bP$ ,  $Q^S = -c + dP$ ,  $a, b, c, d > 0$ . Find the effects of  $a$  and  $c$  on equilibrium price and quantity.

Source PDF pages 47

$$a - bP = -c + dP \rightarrow P^* = (a + c) / (b + d); Q^* = (ad - bc) / (b + d)$$

Reconstruct the reduced forms before differentiating.

$$\partial P^* / \partial a = 1 / (b + d) > 0; \partial Q^* / \partial a = d / (b + d) > 0$$

The demand-intercept increase raises both equilibrium outcomes.

$$\partial P^* / \partial c = 1 / (b + d) > 0; \partial Q^* / \partial c = -b / (b + d) < 0$$

The supply-intercept magnitude increase raises price and lowers quantity.

$$\text{At fixed } P: \Delta Q^D = \Delta a; \Delta Q^S = -\Delta c$$

Use the structural equations to explain the shifts.

#### Source reading note - PDF 47

**In the notes:** The supply  $c$ -increase note uses “rightward shift”.

**Checked form:** With  $P$  horizontal/ $Q$  vertical,  $c \uparrow$  shifts supply down/right and reduces quantity at fixed  $P$ . In standard  $Q$ -horizontal/ $P$ -vertical axes it is an up/left shift.

The economic conclusion is  $P^* \uparrow, Q^* \downarrow$ , a supply contraction. Direction words must be read with the axes.

[Türkçe source-example reasoning](#)

### Source example: exact two-commodity equilibrium by Cramer - pp47-48

Exact source prompt: “Find the equilibrium prices and quantities simultaneously.”

$$Q_1^D = 18 - 3P_1 + P_2, Q_1^S = -2 + 4P_1; Q_2^D = 12 + P_1 - 2P_2, Q_2^S = -2 + 3P_2.$$

Source PDF pages 47-48

$$18 - 3P_1 + P_2 = -2 + 4P_1 \rightarrow 20 = 7P_1 - P_2$$

Clear commodity 1.

$$12 + P_1 - 2P_2 = -2 + 3P_2 \rightarrow 14 = -P_1 + 5P_2$$

Clear commodity 2.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}; \quad A \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 14 \end{bmatrix}; \quad \det(A) = 35 - 1 = 34 \neq 0$$

Form the simultaneous system and establish uniqueness.

$$\det(A_1) = \det \begin{bmatrix} 20 & -1 \\ 14 & 5 \end{bmatrix} = 20 \cdot 5 - (-1) \cdot 14 = 114; \quad P_1^* = 114/34 = 57/17$$

Replace the first column to find  $P_1$ .

$$\det(A_2) = \det \begin{bmatrix} 7 & 20 \\ -1 & 14 \end{bmatrix} = 7 \cdot 14 - 20(-1) = 118; \quad P_2^* = 118/34 = 59/17$$

Replace the second column to find  $P_2$ .

$$Q_1^* = -2 + 4(57/17) = -34/17 + 228/17 = 194/17 \approx 11.411765$$

Use the source supply equation for commodity 1.

$$Q_2^* = -2 + 3(59/17) = -34/17 + 177/17 = 143/17 \approx 8.411765$$

Use the source supply equation for commodity 2.

$$Q_1^D = 18 - 3(57/17) + 59/17 = (306 - 171 + 59)/17 = 194/17$$

Check commodity 1 demand equals its supply.

$$Q_2^D = 12 + 57/17 - 2(59/17) = (204 + 57 - 118)/17 = 143/17$$

Check commodity 2 demand equals its supply.

### Source reading note - PDF 47-48

**In the notes:** Rounded prices 3.35, 3.47 are used to obtain quantities 11.4, 8.41.

**Checked form:** Exact prices: 57/17, 59/17. Exact quantities: 194/17, 143/17.

The source decimals are approximations; keep exact values through the substitution step.

[Türkçe source-example reasoning](#)

**Source example: the second method uses  $A^{-1}$  - p48**

Solve the same two-commodity system by matrix inversion, not a separate economic model.

Source PDF pages 48

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}; \quad A^{-1} = (1/34) \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Swap the diagonal entries 7,5 and negate the off-diagonal  $-1$  entries.

$$\begin{bmatrix} p_1^* \\ p_2^* \end{bmatrix} = (1/34) \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ 14 \end{bmatrix} = (1/34) \begin{bmatrix} 114 \\ 118 \end{bmatrix}$$

Take both row-column products.

$$p_1^* = 57/17; \quad p_2^* = 59/17$$

The inverse and Cramer methods agree exactly.

**Source reading note - PDF 48**

**In the notes:** One intermediate line equates the price vector to an adjugate matrix.

**Checked form:** The complete relation is  $p = A^{-1}d = (\text{adj}(A)/34)d$ .

A  $2 \times 1$  vector cannot equal a  $2 \times 2$  adjugate; the denominator and constant vector belong to the full multiplication.

[Türkçe source-example reasoning](#)

**Source example: shifted inverse exists for A but not for B - p48**

Exact source prompt: "Consider three matrices"  $A = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$ ,  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$ ,  $I = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$ . (a) Find a matrix C satisfying  $(A - 2I)C = I$ . (b) Is there a matrix D satisfying  $(B - 2I)D = I$ ?

Source PDF pages 48

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

Subtract 2 only from the two diagonal entries.

$$\det(A - 2I) = 0 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = -2 \neq 0$$

A negative nonzero determinant still permits inversion.

$$C=(A-2I)^{-1}=(1/-2) \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/2 & 1 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

Apply the 2x2 inverse formula.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3/2 & 1 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Verify the required identity directly.

$$B-2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}; \det(B-2I)=0$$

The shifted B matrix is singular.

$$\text{For any } D = \begin{bmatrix} u & v \\ w & z \end{bmatrix}, (B-2I)D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3u & 3v \end{bmatrix} \neq I$$

No matrix D can satisfy the requested relation.

[Türkçe source-example reasoning](#)

### Source example: solve the shifted inverse by entry comparison - p49

The note calls this a longer alternative method. It verifies the same C without using the inverse shortcut.

Source PDF pages 49

$$\text{Let } C = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = I$$

Introduce four unknown entries.

$$\begin{bmatrix} 2c & 2d \\ a+3c & b+3d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Multiply row by column and equate corresponding entries.

$$2c=1 \rightarrow c=1/2; 2d=0 \rightarrow d=0$$

Use the first row first.

$$a+3c=0 \rightarrow a+3/2=0 \rightarrow a=-3/2; b+3d=1 \rightarrow b=1$$

Substitute the first-row results into the second row.

[Türkçe source-example reasoning](#)

### Source example: conformability and both groupings of CBA - p49

Exact source matrices:  $A=[[1,3,2,1],[4,0,1,0]]$ ,  $B=[[1,0],[0,3],[-4,-2]]$ ,  $C=[-2,1,0]$ .  
Determine CBA using  $C(BA)=(CB)A$ .

Source PDF pages 49

$A:2 \times 4$ ;  $B:3 \times 2$ ;  $C:1 \times 3$ .  $BA:3 \times 4$ ;  $CB:1 \times 2$ ;  $CBA:1 \times 4$

Check the inner dimensions before computing entries.

$$CB = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix}$$

Compute the smaller intermediate product first.

$$(CB)A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -6 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

Multiply the  $1 \times 2$  row vector by the  $2 \times 4$  matrix.

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 12 & 0 & 3 & 0 \\ -12 & -12 & -10 & -4 \end{bmatrix}$$

For the alternative grouping, each B row weights the two rows of A.

$$C(BA) = -2[1,3,2,1] + [12,0,3,0] + 0[-12,-12,-10,-4] = [10,-6,-1,-2]$$

Both groupings agree while preserving the factor order.

[Türkçe source-example reasoning](#)

## Source page 50: overflow check, no new lesson

Page 50 is graph paper with a thin clipped edge of the duplicated p49 photograph at the top. No new readable mathematical note, equation, example or assumption appears.

Source PDF pages 50

Coverage result: p49 duplicated photograph → p50 clipped overflow; no new readable content.

Record the page rather than silently dropping it.

[Türkçe source-example reasoning](#)

## Worked example

### ME-09-W1 Two markets and a demand shift

Let  $Q_1^D = 20 - 2P_1 + P_2$ ,  $Q_1^S = -4 + 3P_1$ ,  $Q_2^D = 12 + P_1 - P_2$ , and  $Q_2^S = -2 + 2P_2$ . Find both equilibrium prices and quantities. Then raise only the first demand intercept from 20 to 27. Find the exact changes in both prices and both quantities, and explain why market 2 is affected although its own demand intercept did not change.

[Türkçe question](#) | [Interpretation answer after trying](#)

Before reading the steps: choose a method and say why it applies

$$20 - 2P_1 + P_2 = -4 + 3P_1 \rightarrow 5P_1 - P_2 = 24; \quad 12 + P_1 - P_2 = -2 + 2P_2 \rightarrow -P_1 + 3P_2 = 14$$

Build the two equilibrium equations.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}; \quad D = 15 - 1 = 14; \quad A^{-1} = (1/14) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

Find the nonsingular coefficient matrix.

Pause. Predict the next operation and justify it before reading on.

$$P_1^* = (3 \cdot 24 + 14) / 14 = 43/7; \quad P_2^* = (24 + 5 \cdot 14) / 14 = 47/7$$

Solve both prices simultaneously.

$$Q_1^* = -4 + 3 \cdot 43/7 = 101/7; \quad Q_2^* = -2 + 2 \cdot 47/7 = 80/7$$

Recover both quantities using supply.

$$\Delta d = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}; \quad \Delta p = A^{-1} \Delta d = (1/14) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Only the first equilibrium constant changes.

$$\Delta Q_1 = 3\Delta P_1 = 9/2; \quad \Delta Q_2 = 2\Delta P_2 = 1$$

Supply curves remain unchanged, so quantity changes follow their price slopes.

### **Interpret before reading the model answer**

Explain the cross-market mechanism in English. State what is held fixed, interpret the signs of all four changes, and explain why the results are exact rather than derivative approximations.

Say your interpretation aloud; note the main result and one reason

---



---



**ME-09-S1 Interpretation and verification**

Write two English sentences contrasting a demand expansion with the supply contraction created by a larger  $c$ . Refer to fixed-price quantities rather than relying on the phrase “rightward shift”.

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

---

---

---

---

---

---

---

---

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

---

---

---

---

---

---

---

---

One step I still need to explain without looking

---

---

Compare with the model answer only after writing

## ME-09-S2 Matrix diagnosis: the shifted object matters

Let  $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 2 & 4 \end{bmatrix}$  and  $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 2 \end{bmatrix}$ . Find  $C$  satisfying  $(A - 2I)C = I$  if it exists. Determine whether any  $D$  satisfies  $(B - 2I)D = I$ . Explain your conclusions using determinants or row structure, and do not infer an economic meaning for the matrices unless one is supplied.

Türkçe prompt | Hint 1 | Hint 2 | Solution after trying

State the model or matrix dimensions, then show a justified solution

Confidence before checking: 0 / 1 / 2 / 3 Help used: none / Turkish / hint 1 / hint 2

**ME-09-S2 Interpretation and verification**

Explain why invertibility of the original A and B does not answer the requested equations. State why a numerical matrix result alone is not yet an economic interpretation.

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

---

---

---

---

---

---

---

---

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

---

---

---

---

---

---

---

---

One step I still need to explain without looking

---

---

Compare with the model answer only after writing

### ME-09-S3 A unique mathematical equilibrium may be infeasible

Suppose  $Q^D = 8 - 4P$  and  $Q^S = -10 + 2P$ . Compute the algebraic equilibrium. Is it economically admissible if traded quantity must be nonnegative? Find the smallest value of  $a$  that gives  $Q^* \geq 0$  when  $b=4, c=10, d=2$  remain fixed. Explain why positive  $a, b, c, d$  do not guarantee a positive equilibrium quantity.

Türkçe prompt | Hint 1 | Hint 2 | Solution after trying

State the model or matrix dimensions, then show a justified solution

Confidence before checking: 0 / 1 / 2 / 3 Help used: none / Turkish / hint 1 / hint 2

**ME-09-S3 Interpretation and verification**

Write an English exam answer distinguishing existence/uniqueness of the algebraic intersection from economic feasibility. State the strict condition for positive trade and the weak condition for nonnegative trade.

My English interpretation: result, mechanism, conditions and limits

---

---

---

---

---

---

---

---

Substitution, dimensions, signs or feasibility check

---

---

---

---

---

---

---

---

One step I still need to explain without looking

---

---

Compare with the model answer only after writing

## Türkçe support

Bu bölüm dili ve gerekçeyi anlamak içindir. Açıklamayı aynen kopyalama; okuduktan sonra kendi çözümüne dön. İngilizce soru sayfalarında yanıtları görmeden deneme yapabilirsin.

### Review is reconstruction, not formula hunting

Bir soruda P bir fiyat, başka bir soruda A soyut bir matris olabilir. Aynı harfleri gördüğümüz için aynı anlamı yüklemeyiz. Önce değişkenleri, boyutları, eşitlikleri ve neyin verildiğini tanımlarız. Sonra uygun yöntemi seçer, en sonda sonucu başlangıç koşullarına yerleştirerek kontrol ederiz. Kaynaktaki tamamlanmış ve yarım kalmış çözüm adımlarını aşağıda ayrı ayrı yeniden kuruyoruz.

[Back to English](#)

### Single-market notation and domains

a talebin miktar eksenini kesimi,  $-c$  arzın miktar eksenini kesimidir.  $b > 0$  talep eğrisinin mutlak eğim büyüklüğü;  $d > 0$  arz eğimidir.  $b$  ve  $d$ , miktar/fiyat birimindedir;  $a, c$  miktar birimindedir. Pozitif fiyatı  $a + c > 0$  sağlar; pozitif işlem miktarı için ayrıca  $ad > bc$  gerekir. Talep ve arzın negatif miktar verdiği uzantıları ekonomik olarak gerçek satış miktarı sanmayın.

$$P^* = (a + c) / (b + d); Q^* = (ad - bc) / (b + d)$$

[Back to English](#)

### Two commodities: two clearing conditions

$Q_1^D$  içinde  $P_2$  bulunuyorsa ikinci malın fiyatı birinci mala talebi etkiler. Kaynakta bu katsayı pozitifdir; diğer her şey sabitken  $P_2$  artışı  $Q_1^D$ 'yi artırır. Bu, model içindeki ikame yönlü çapraz fiyat ilişkisine işaret eder. Ancak iki denge fiyatını bulurken  $P_2$ 'yi sabit bir sayı gibi seçemeyiz; iki denklemi birlikte çözmek zorundayız.

$$Q_1^D = Q_1^S \text{ and } Q_2^D = Q_2^S$$

[Back to English](#)

### A shifted matrix is a new matrix

$2I$ , yalnızca köşegende 2 bulunan matristir.  $A - 2I$  yaparken  $A$ 'nın her elemanından 2 çıkarmayız; sadece köşegen elemanlar iki azalır. Sonra yeni matrisin determinantını hesaplarız.  $B$  matrisi terslenebilir olsa bile  $B - 2I$  tekil olabilir; kaynak bunun açık örneğini verir.

$$(A - 2I)C = I \Rightarrow C = (A - 2I)^{-1}, \text{ if } \det(A - 2I) \neq 0$$

[Back to English](#)

## Associativity is not commutativity

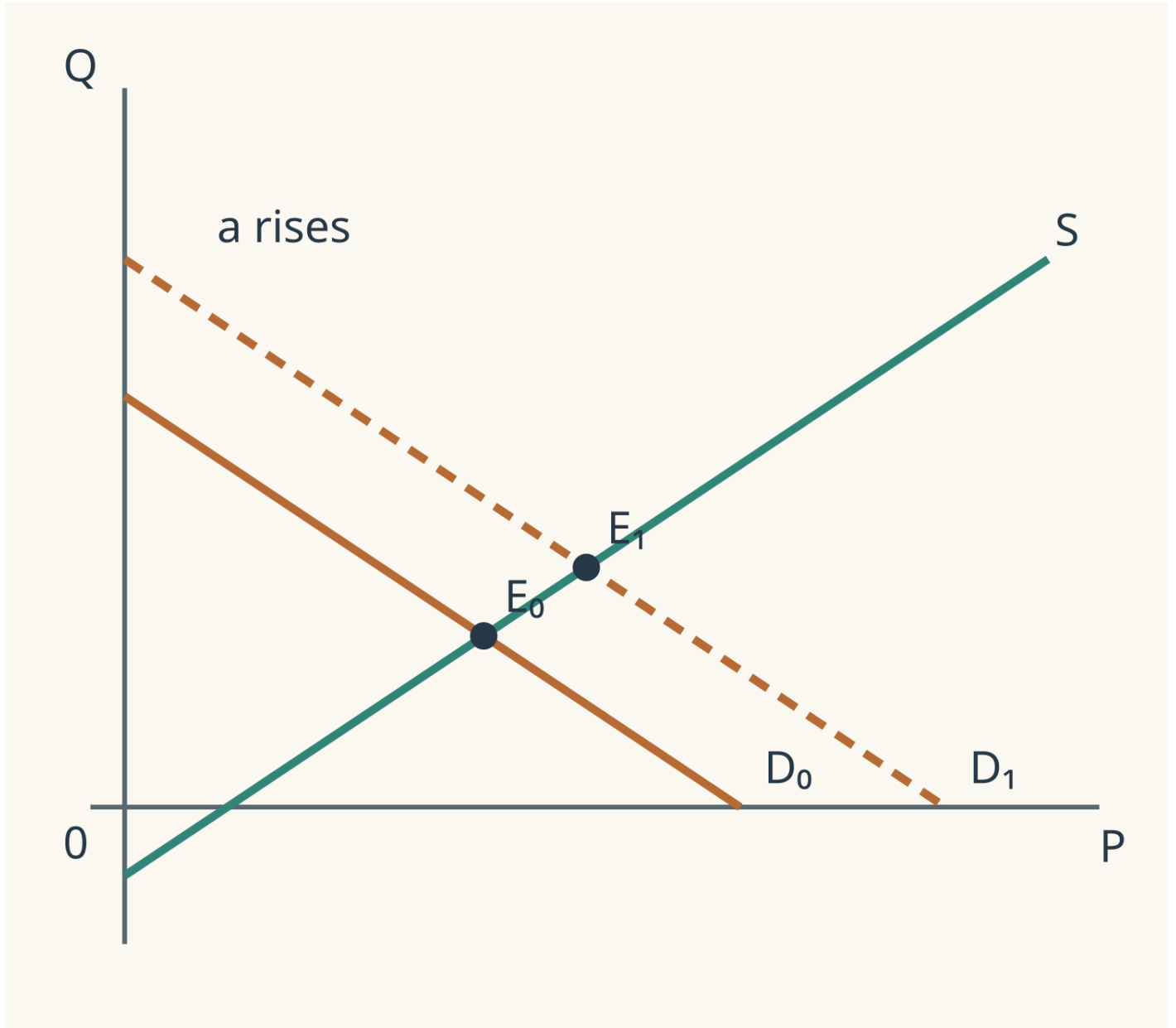
Birleşme özelliği parantezi değiştirir; çarpanların yerini değiştirmez. Kaynakta C  $1 \times 3$ , B  $3 \times 2$ , A  $2 \times 4$  olduğundan hem C(BA) hem (CB)A tanımlıdır ve  $1 \times 4$  sonuç verir. Buna karşılık örneğin AB,  $(2 \times 4)(3 \times 2)$  olduğundan tanımsızdır. Boyut kontrolü sayıları çarpmaya başlamadan yapılmalıdır.

$$(1 \times 3)(3 \times 2)(2 \times 4) \rightarrow 1 \times 4$$

[Back to English](#)

## Demand-intercept increase: both price and quantity rise

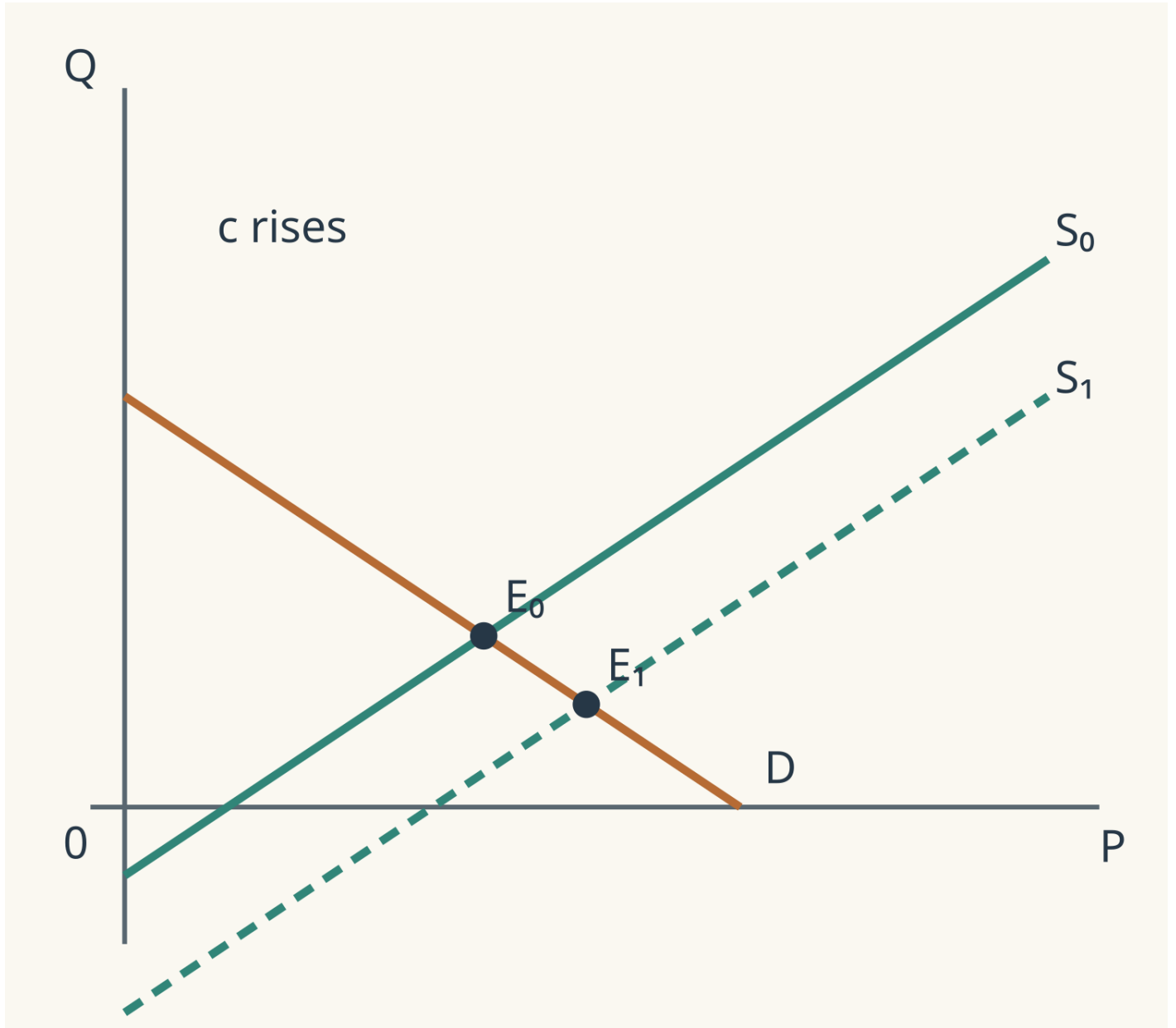
a artışı her fiyat düzeyinde talep miktarını artırır:  $\Delta Q^D = \Delta a$ . Pozitif eğimli arz üzerinde daha yüksek miktar için daha yüksek fiyat gerekir. Dolayısıyla hem denge fiyatı hem miktarı artar. Şekilde kesik çizgi yeni talep eğrisidir;  $E_0$ 'dan  $E_1$ 'e hareket yukarı ve sağadır. Bu görsel kaynak şeklinin eksen düzenini koruyan özgün şematik yeniden çizimdir; kaynakta olmayan sayısal veri olarak okunmamalıdır.



[Back to English](#)

### Supply-intercept magnitude increase: price rises, quantity falls

$c$ 'nin önünde eksi vardır.  $c$  artınca  $Q^s$  aynı  $P$ 'de düşer; arz azalmıştır. Kaynak şekli  $P$ 'yi yatay,  $Q$ 'yu dikey çizer ve bu yüzden çizgi “sağa” kayıyor gibi tarif edilir. Geleneksel  $Q$ -yatay/ $P$ -dikey eksenlerde aynı olay arzın yukarı/sola kaymasıdır. Eksenlere bakmadan “sağa kaydıysa arz arttı” sonucunu çıkarmayın. Her iki gösterimde yeni dengede  $P \uparrow$ ,  $Q \downarrow$  olur.



[Back to English](#)

### Do not round a price before calculating quantity

$P_1=57/17$  ve  $P_2=59/17$  tam sonuçlardır. Önce 3.35 ve 3.47'ye yuvarlayıp miktar hesabı yaparsak kaynakta görülen 11.4 ve 8.41 çıkar; tam cevaplar  $194/17$  ve  $143/17$ 'dir. Bu bir yöntem farkı değil, yuvarlama etkisidir. Sınavda mümkünse kesirleri koruyun; en son istenen basamak sayısına yuvarlayın.

$$P_1^*=57/17; P_2^*=59/17; Q_1^*=194/17; Q_2^*=143/17$$

[Back to English](#)

## An identity target gives a strong impossibility test

$B-2I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  matrisinin ilk satırı sıfırdır. Herhangi bir  $D$  ile çarpınca ilk satır yine  $[0,0]$  olur.  $I$ 'nin ilk satırı  $[1,0]$  olduğundan  $(B-2I)D=I$  imkânsızdır. Bu açıklama determinantın sıfır olduğunu söylemekten daha görünür bir neden sunar.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u & v \\ w & z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3u & 3v \end{bmatrix} \neq I$$

[Back to English](#)

### ME-09-C1 Question support

$c$ 'nin önündeki eksi işaretini dikkate al.

[Return to foundations](#)

### ME-09-C2 Question support

İç boyutları ve çarpan sırasını birlikte kontrol et.

[Return to foundations](#)

### ME-09-C3 Question support

Tersi alınacak nesneyi dikkatle seç.

[Return to foundations](#)

### ME-09-C4 Question support

Türevin ceteris paribus anlamını seç.

[Return to foundations](#)

## All eight single-market comparative-static derivatives

$P^*$  ve  $Q^*$  olmak üzere iki çıktı,  $a, b, c, d$  olmak üzere dört parametre vardır: toplam sekiz türev. Bölüm kuralında hem payın hem paydanın değişip değişmediğini kontrol ederiz.

Source PDF pages 46-47

$$\partial P^* / \partial a = [1 \cdot S - (a+c) \cdot 0] / S^2 = 1/S > 0$$

$a$  artışı talep eğrisini kaydırır. Pozitif  $1/S$ , diğer parametreler sabitken denge fiyatının yükseldiğini söyler.

$$\partial Q^* / \partial a = [d \cdot S - R \cdot 0] / S^2 = d/S > 0$$

$d > 0$  ve  $S > 0$  olduğundan miktar da artar. Fiyat ve miktarın aynı yönde artması talep kayması mekanizmasıyla uyumludur.

$$\partial P^*/\partial c = 1/S > 0; \partial Q^*/\partial c = [(-b)S - R \cdot 0]/S^2 = -b/S < 0$$

Fiyat yükselirken miktar düşer. Kaynakta c değişimi için hem cebir hem grafik bu yönü verir; eksen yönüne bağlı “sağa kayma” ifadesini arz artışıyla karıştırmayın.

$$\partial P^*/\partial b = [0 \cdot S - (a+c) \cdot 1]/S^2 = -(a+c)/S^2 < 0$$

a, c sabitken daha büyük b, her pozitif fiyatta talebi azaltır. Fiyat formülünün payı sabit, paydası büyüktür; denge fiyatı düşer.

$$\partial Q^*/\partial b = [(-c)S - R]/S^2 = [-cb - cd - ad + bc]/S^2 = -d(a+c)/S^2 < 0$$

$-cd - ad = -d(c+a)$  ortak çarpanına dönüşür. Miktar etkisinin işaretini görmek için bu sadeleştirme yararlıdır.

$$\partial P^*/\partial d = -(a+c)/S^2 < 0$$

d artınca arz eğrisi Q-P düzleminde daha dik olur ve her pozitif P’de daha fazla arz vardır; diğerleri sabitken fiyat düşer.

$$\partial Q^*/\partial d = [aS - R]/S^2 = [ab + ad - ad + bc]/S^2 = b(a+c)/S^2 > 0$$

$ab + bc = b(a+c)$  pozitiftir. Böylece d artışı fiyatı düşürüp miktarı artırır. Bu yorumu  $a, b, c, d > 0$  ve ekonomik denge alanı içinde yaparız.

$$a \uparrow : P \uparrow, Q \uparrow; b \uparrow : P \downarrow, Q \downarrow; c \uparrow : P \uparrow, Q \downarrow; d \uparrow : P \downarrow, Q \uparrow$$

a ve c kesişim parametreleridir; b ve d eğim parametreleridir. “Her parametre artışı aynı tür kaymadır” diye düşünmek yanlıştır. Tüm sonuçlar diğer parametreler sabitken geçerlidir.

[Back to English](#)

### **An English interpretation answer has four parts**

İngilizce sınav yanıtında yalnızca “positive” yazmak yerine neden-sonuç cümlesi kurmak gerekir.

Cause: “An increase in a, holding b, c, d fixed, ...”

Hangi değişkenin değiştiğini ve hangilerinin sabit olduğunu yazmak, türevin hangi soruyu yanıtladığını netleştirir.

Result: “... raises equilibrium price by  $1/(b+d)$  per unit of a and quantity by  $d/(b+d)$ .”

Türev bir oran ise birimini belirtin: fiyat birimi / talep kesişimindeki miktar birimi. Hesaplanan seviye  $P^*$  ile değişim  $\Delta P$ 'yi karıştırmayın.

Mechanism: "Demand is higher at each price, so movement along the unchanged upward-sloping supply curve raises both price and quantity."

Bu cümle fiyatın neden arttığını ve miktarın neden aynı yönde değiştiğini açıklar; salt formül tekrarından daha güçlüdür.

Limits: "The comparison is static and assumes an economically admissible equilibrium."

Verilen modelde refah, gelir dağılımı veya zaman uyarlama denklemi yoksa bunlar hakkında kesin sonuç yazmayın.  $Q^*$  pozitifliği gibi alan koşullarını gerekirse ekleyin.

[Back to English](#)

### Source example: market comparative statics and both diagrams - p47

Kaynağın üst iki fotoğrafı ve alt soldaki devam notu aynı piyasa modelinin karşılaştırmalı statik yorumunu içerir.

Source PDF pages 47

$$a - bP = -c + dP \rightarrow P^* = (a + c) / (b + d); Q^* = (ad - bc) / (b + d)$$

Eşitlikte fiyatları aynı tarafa, sabitleri diğer tarafa taşırız. Sonra  $P^*$ 'yi talep veya arza koyarak  $Q^*$  elde ederiz.

$$\partial P^* / \partial a = 1 / (b + d) > 0; \partial Q^* / \partial a = d / (b + d) > 0$$

Kaynak diyagramında talep çizgisi  $D_0$ 'dan  $D_1$ 'e kayar.  $P$  yatay ve  $Q$  dikey olduğu için yeni denge eskiye göre sağda ve yukarıdadır.

$$\partial P^* / \partial c = 1 / (b + d) > 0; \partial Q^* / \partial c = -b / (b + d) < 0$$

Kaynak diyagramında arz çizgisi daha düşük  $Q$  değerleri verecek biçimde aşağı/sağa kayar. Bu bir arz daralmasıdır; piyasa daha yüksek fiyat ve daha düşük miktarda temizlenir.

$$\text{At fixed } P: \Delta Q^D = \Delta a; \Delta Q^S = -\Delta c$$

Talep artışını veya arz azalışını tek başına grafiğin görünüşünden değil, denklemin aynı fiyattaki miktar değişiminden tanımlarız. Bu, eksen farklılığından doğan dil karışıklığını çözer.

**Kaynak okuma notu - PDF 47**

Denklemden  $-c$  olduğu için  $c$  artışı arzı azaltır. Kaynağın farklı eksen düzeni nedeniyle “sağa” sözcüğü arz artışı olarak yorumlanmamalıdır.

[Back to English](#)

### Source example: exact two-commodity equilibrium by Cramer - pp47-48

Kaynakta fiyatlar önce Cramer kuralıyla, ardından ters matrisle bulunur. Her iki yöntem ve iki miktar da aşağıda tam kesirlerle tamamlanır.

Source PDF pages 47-48

$$18 - 3P_1 + P_2 = -2 + 4P_1 \rightarrow 20 = 7P_1 - P_2$$

Sabit  $-2$  sola  $+2$  geçer;  $-3P_1$  sağa  $+3P_1$  geçer;  $P_2$  sol biçimde  $-P_2$  olarak yazılır. Elde edilen katsayı satırı  $[7, -1]$ 'dir.

$$12 + P_1 - 2P_2 = -2 + 3P_2 \rightarrow 14 = -P_1 + 5P_2$$

$12 + 2 = 14$  ve  $3P_2 + 2P_2 = 5P_2$ .  $P_1$  diğer tarafa geçince  $-P_1$  olur; satır  $[-1, 5]$ 'tir.

$$A = \begin{bmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 5 \end{bmatrix}; A \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 \\ 14 \end{bmatrix}; \det(A) = 35 - 1 = 34 \neq 0$$

İki fiyat aynı anda bilinmeyendir. Çapraz çarpım  $(-1)(-1) = +1$  olduğundan determinant  $35 - 1$ 'dir;  $35 + 1$  değildir.

$$\det(A_1) = \det \begin{bmatrix} 20 & -1 \\ 14 & 5 \end{bmatrix} = 20 \cdot 5 - (-1) \cdot 14 = 114; P_1^* = 114/34 = 57/17$$

Payın  $100 + 14 = 114$  olması işaretlerin doğru uygulandığını gösterir.  $P_1 \approx 3.352941$ ; miktar hesaplamadan önce bunu yuvarlamıyoruz.

$$\det(A_2) = \det \begin{bmatrix} 7 & 20 \\ -1 & 14 \end{bmatrix} = 7 \cdot 14 - 20(-1) = 118; P_2^* = 118/34 = 59/17$$

Pay  $98 + 20 = 118$  olur.  $P_2 \approx 3.470588$ ; yine tam kesri koruyoruz.

$$Q_1^* = -2 + 4(57/17) = -34/17 + 228/17 = 194/17 \approx 11.411765$$

Kaynağın 3.35 yuvarlanmış fiyatı kullanıldığında 11.4 sonucu oluşur. Tam fiyatla hesaplanan doğru denge miktarı  $194/17$ 'dir.

$$Q_2^* = -2 + 3(59/17) = -34/17 + 177/17 = 143/17 \approx 8.411765$$

Kaynakta 3.47 ile hesaplanan 8.41 yaklaşık değeri bulunur; tam sonuç 143/17'dir.

$$Q_1^D = 18 - 3(57/17) + 59/17 = (306 - 171 + 59)/17 = 194/17$$

Sadece arzı kullanıp durmayız; talepte  $P_2$ 'nin etkisini de eklediğimizde aynı miktar gelmelidir.

$$Q_2^D = 12 + 57/17 - 2(59/17) = (204 + 57 - 118)/17 = 143/17$$

İki denge koşulu da tam sağlanır. Fiyatlar ve miktarlar pozitif olduğundan çözüm bu örnekte ekonomik olarak kabul edilebilirdir.

#### Kaynak okuma notu - PDF 47-48

Ara adımda yuvarlama miktarlara küçük fark taşır. Kesirler korunursa iki piyasada talep ve arz tam eşit çıkar.

[Back to English](#)

#### Source example: the second method uses $A^{-1}$ - p48

Kaynak sayfanın üst solu ve üst sağ Cramer sonucunu ters matrisle tekrar doğrular.

Source PDF pages 48

$$\text{adj}(A) = \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}; \quad A^{-1} = (1/34) \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix}$$

Kofaktör transpozunun dışında ortak 1/34 çarpanı bulunur. Kaynaktaki bir ara satırda vektör  $\text{adj}(A)$ 'ya eşitmiş gibi kısaltılmıştır; tam işlem  $A^{-1}$ d olmalıdır.

$$\begin{bmatrix} P_1^* \\ P_2^* \end{bmatrix} = (1/34) \begin{bmatrix} 5 & 1 \\ 1 & 7 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 20 \\ 14 \end{bmatrix} = (1/34) \begin{bmatrix} 114 \\ 118 \end{bmatrix}$$

İlk satır  $5 \cdot 20 + 1 \cdot 14 = 114$ ; ikinci satır  $1 \cdot 20 + 7 \cdot 14 = 118$  verir. Bölmeden önce sağ taraf vektörüyle çarpma atlanamaz.

$$P_1^* = 57/17; \quad P_2^* = 59/17$$

İki yöntem farklı görünen ama aynı sistemi çözen cebir yollarıdır. Birbirleriyle uyuşmaları güven verir; asıl ekonomik doğrulama yine  $Q^D = Q^S$  koşullarıdır.

#### Kaynak okuma notu - PDF 48

Boyutlar da hatayı gösterir: fiyat vektörü  $2 \times 1$ ,  $\text{adj}(A)$   $2 \times 2$ 'dir. Doğru ifade ortak payda ve sağ taraf vektörüyle birlikte yazılmalıdır.

[Back to English](#)

### Source example: shifted inverse exists for A but not for B - p48

Matris harfleri bu alıştırırmada önceki ekonomi modelinden bağımsız yeniden tanımlanır. Buradaki C tüketim değil bilinmeyen  $2 \times 2$  matristir.

Source PDF pages 48

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 2 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix}$$

$2I$ 'nin köşegen dışı elemanları sıfırdır; bu nedenle  $A$ 'nın 2 ve 1 çapraz elemanları değişmez.

$$\det(A - 2I) = 0 \cdot 3 - 2 \cdot 1 = -2 \neq 0$$

Kaynaktaki  $|A|$  etiketi burada aslında  $A - 2I$ 'nin determinantını anlatır. Yeni matrisin tersini aradığımız için kontrol bu yeni matrise aittir.

$$C = (A - 2I)^{-1} = (1/-2) \begin{bmatrix} 3 & -2 \\ -1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3/2 & 1 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix}$$

$3/(-2) = -3/2$ ,  $(-2)/(-2) = 1$ ,  $(-1)/(-2) = 1/2$  ve  $0/(-2) = 0$ . Payda bütün elemanlara uygulanır.

$$\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -3/2 & 1 \\ 1/2 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Sol üst  $0 \cdot (-3/2) + 2 \cdot (1/2) = 1$ ; sağ üst 0; sol alt  $-3/2 + 3/2 = 0$ ; sağ alt  $1 + 0 = 1$ . İstenen denklem sağlanır.

$$B - 2I = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}; \det(B - 2I) = 0$$

$B$ 'nin kendi determinantı 4 olmasına rağmen  $B - 2I$ 'nin determinantı sıfırdır.  $B$ 'nin terslenebilirliği bu soruyu çözmez.

$$\text{For any } D = \begin{bmatrix} u & v \\ w & z \end{bmatrix}, (B - 2I)D = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3u & 3v \end{bmatrix} \neq I$$

İlk satır her zaman sıfır olduğu için  $[1,0]$  olamaz. Böylece yalnızca ters yok demekle kalmadık; istenen denklemin doğrudan neden imkânsız olduğunu gösterdik.

[Back to English](#)

### Source example: solve the shifted inverse by entry comparison - p49

Bu yöntem ayrı bir yeni cevap değil; önceki matris tersini eleman eşitliğiyle yeniden bulur.

Source PDF pages 49

$$\text{Let } C = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}; \begin{bmatrix} 0 & 2 \\ 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} = I$$

Buradaki  $a, b, c, d$  soyut matris elemanlarıdır; piyasa modelindeki parametrelerle aynı nesneler değildir.

$$\begin{bmatrix} 2c & 2d \\ a+3c & b+3d \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

İki matris eşitse aynı konumdaki dört elemanın eşit olması gerekir. Bu bize dört skaler denklem verir.

$$2c=1 \rightarrow c=1/2; 2d=0 \rightarrow d=0$$

2 sıfır olmadığı için her iki denklemi 2'ye bölebiliriz.

$$a+3c=0 \rightarrow a+3/2=0 \rightarrow a=-3/2; b+3d=1 \rightarrow b=1$$

$c$  ve  $d$  bulununca  $a, b$  denklemleri tek bilinmeyenli olur.  $C=[[-3/2,1],[1/2,0]]$  önceki sonuçla aynıdır.

[Back to English](#)

### Source example: conformability and both groupings of CBA - p49

Kaynak iki aynı fotoğrafla boyutları vurgular; burada sayısal çarpımı da her iki gruplamayla tamamlıyoruz.

Source PDF pages 49

$$A:2 \times 4; B:3 \times 2; C:1 \times 3. BA:3 \times 4; CB:1 \times 2; CBA:1 \times 4$$

$BA$ 'da içteki 2'ler,  $CB$ 'de içteki 3'ler eşleşir.  $C(BA)$  için  $(1 \times 3)(3 \times 4)$ ,  $(CB)A$  için  $(1 \times 2)(2 \times 4)$  elde edilir; ikisinin sonuç boyutu  $1 \times 4$ 'tür.

$$CB = \begin{bmatrix} -2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 3 \\ -4 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix}$$

İlk eleman  $-2 \cdot 1 + 1 \cdot 0 + 0 \cdot (-4) = -2$ ; ikinci eleman  $-2 \cdot 0 + 1 \cdot 3 + 0 \cdot (-2) = 3$ . Üçüncü B satırının ağırlığı sıfırdır.

$$(CB)A = \begin{bmatrix} -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 & -6 & -1 & -2 \end{bmatrix}$$

Elemanlar sırayla  $-2 \cdot 1 + 3 \cdot 4 = 10$ ;  $-2 \cdot 3 + 3 \cdot 0 = -6$ ;  $-2 \cdot 2 + 3 \cdot 1 = -1$ ;  $-2 \cdot 1 + 3 \cdot 0 = -2$  olur.

$$BA = \begin{bmatrix} 1 & 3 & 2 & 1 \\ 12 & 0 & 3 & 0 \\ -12 & -12 & -10 & -4 \end{bmatrix}$$

Birinci satır  $1 \cdot A_1 + 0 \cdot A_2 = A_1$ ; ikinci satır  $0 \cdot A_1 + 3 \cdot A_2 = [12, 0, 3, 0]$ ; üçüncü satır  $-4A_1 - 2A_2 = [-12, -12, -10, -4]$  olur.

$$C(BA) = -2[1, 3, 2, 1] + [12, 0, 3, 0] + 0[-12, -12, -10, -4] = [10, -6, -1, -2]$$

Birleşme özelliği sayısal olarak doğrulandı. Daha az ara eleman ürettiği için önce CB'yi hesaplamak bu örnekte daha ekonomiktir; bu, çarpanların sırasını değiştirme izni değildir.

[Back to English](#)

## Source page 50: overflow check, no new lesson

50. sayfa ayrıca görsel olarak kontrol edilmiştir. Üst kenarda önceki fotoğrafın çok küçük taşan parçası dışında yeni öğretim içeriği yoktur. Bu nedenle yeni bir konu uydurulmamış; p49'daki tekrarlı fotoğraf tek kez eksiksiz işlenmiştir.

Source PDF pages 50

Coverage result: p49 duplicated photograph → p50 clipped overflow; no new readable content.

Bu kayıt "50 sayfanın hepsi kontrol edildi" iddiasını somutlaştırır; boş veya taşan sayfa, içerik atlandığı anlamına gelmez.

[Back to English](#)

**ME-09-W1 Worked example support**

Önce iki piyasayı birlikte temizle. Sonra yalnızca ilk talep kesişimi değişirken diğer bütün katsayıları sabit tut. İkinci piyasanın etkilenme kanalı çapraz fiyat terimidir.

$$20 - 2P_1 + P_2 = -4 + 3P_1 \rightarrow 5P_1 - P_2 = 24; 12 + P_1 - P_2 = -2 + 2P_2 \rightarrow -P_1 + 3P_2 = 14$$

Birinci malın kendi fiyat katsayıları  $2+3=5$ ; ikinci malinkiler  $1+2=3$  olur. Sabit arz kesişimleri sağ tarafa eklenince 24 ve 14 elde edilir.

$$A = \begin{bmatrix} 5 & -1 \\ -1 & 3 \end{bmatrix}; D = 15 - 1 = 14; A^{-1} = (1/14) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix}$$

$D=14$  olduğu için tek fiyat çifti vardır. Çapraz terimler ters matriste pozitif olur.

$$P_1^* = (3 \cdot 24 + 14)/14 = 43/7; P_2^* = (24 + 5 \cdot 14)/14 = 47/7$$

Paylar 86 ve 94'tür; 14'e bölüp sadeleştirince  $43/7$  ve  $47/7$  elde edilir.

$$Q_1^* = -4 + 3 \cdot 43/7 = 101/7; Q_2^* = -2 + 2 \cdot 47/7 = 80/7$$

Talepte kontrol:  $20 - 2 \cdot 43/7 + 47/7 = (140 - 86 + 47)/7 = 101/7$ . İkinci talep  $(84 + 43 - 47)/7 = 80/7$  verir.

$$\Delta d = \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix}; \Delta p = A^{-1} \Delta d = (1/14) \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 5 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3/2 \\ 1/2 \end{bmatrix}$$

Talep kesişimi 7 artınca ilk sağ taraf 24'ten 31'e yükselir; ikinci sağ taraf 14 kalır. Katsayı matrisi aynı olduğundan değişim hesabı tamdır.

$$\Delta Q_1 = 3 \Delta P_1 = 9/2; \Delta Q_2 = 2 \Delta P_2 = 1$$

Yeni fiyatlar  $107/14$  ve  $101/14$ ; yeni miktarlar  $265/14$  ve  $87/7$  olur.  $P_1$  artışı ikinci malın talebini çapraz fiyat terimiyle artırdığı için ikinci fiyat ve miktar da yükselir.

Şokun hangi piyasadan başlayıp diğerine hangi terimle geçtiğini, diğer katsayıların sabitliğini ve sonlu değişim hesabının tamlığını açıklayın.

[Return to the worked example](#)

**ME-09-S1 Question support**

A ve B deneylerini birbirinin üzerine uygulamayın. c parametresinin arz denkleminde eksiyle yer aldığını unutmayın.

Sadece “sağa kayma” demek yerine aynı fiyattaki miktar üzerinden iki şoku karşılaştıran İngilizce cümleler yazın.

[Return to the problem](#)

**ME-09-S2 Question support**

Bu soruda iki kaydırılmış matrisin determinantlarını ayrı ayrı kontrol et. Bir katsayı matrisinin kare olması yetmez.

Başlangıç A ve B’nin terslenebilir olmasının soruyu neden çözmediğini, ayrıca ekonomik anlam için neden değişken tanımları gerektiğini açıkla.

[Return to the problem](#)

**ME-09-S3 Question support**

Paydanın pozitif olmasıyla işlem miktarının pozitif olmasını ayır. Bu soru yalnızca denklem çözmeyi değil ekonomik alan kontrolünü ister.

Cebirsel kesişimin tekliği ile ekonomik kabul edilebilirliği ayır. Pozitif ve negatif olmayan miktar koşullarını farklı eşitsizliklerle yaz.

[Return to the problem](#)

## Hints Level 1 Choose the strategy

Use one hint, then go back and try. The second level gives a more specific intermediate move.

### ME-09-S1

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

### ME-09-S2

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

### ME-09-S3

List what is given and what must be found. Identify the governing equality or matrix operation. Check the dimensions and any nonzero-divisor condition before calculating. Then plan how you will verify the result.

Verilenleri ve bilinmeyenleri ayır. Hangi eşitliğin veya matris işleminin gerektiğini söyle. Önce boyutları ve sıfır olmayan payda koşulunu kontrol et; sonucu nasıl denetleyeceğini planla.

[Return and try](#) | [If still stuck, hint 2](#)

## Hints Level 2 One useful next move

### ME-09-S1

$b+d=3$ . A demand intercept change and a negative-supply-intercept magnitude change have different quantity effects.

Başlangıçta  $P=(30+6)/3$ . A'da yalnız a, B'de yalnız c değişir.

[Return and complete your attempt](#)

### ME-09-S2

$A-2I=[[1,1],[2,2]]$ ;  $B-2I=[[0,1],[0,0]]$ .

İlk matriste satırlar bağımlı; ikinci matriste ikinci satır sıfır. Her iki durumda I hedefinin mümkün olup olmadığını düşünün.

[Return and complete your attempt](#)

### ME-09-S3

$Q^*=(ad-bc)/(b+d)$ , so the numerator determines the quantity sign when  $b+d>0$ .

$ad-bc \geq 0$  koşulunu a için çözün. Eşitlik sıfır işlem miktarı sınırıdır.

[Return and complete your attempt](#)

# Solutions and model interpretations

## ME-09-W1 Model interpretation

Holding all other intercepts and slopes fixed, the first demand increase raises  $P_1$  by 1.5 and  $Q_1$  by 4.5 units. The higher  $P_1$  increases demand for commodity 2 through its positive cross-price term, so  $P_2$  rises by 0.5 and  $Q_2$  by 1. The feedback between prices is already included in the simultaneous solution. These finite changes are exact because only the constants vector changes while the linear coefficient matrix remains fixed.

İkinci talebin kendi sabit terimi değişmedi diye ikinci piyasa etkisiz kalmaz.

$Q_2^D = 12 + P_1 - P_2$  denkleminde  $P_1$  bulunduğu için ilk piyasadaki fiyat artışı ikinci talebi artırır. İki fiyatın geri beslemesi tek tek sırayla tahmin edilmemiş, ortak sistemde çözülmüştür. Bu sonuçlar genel olarak refah artışı veya zaman içindeki hareket hızı anlamına gelmez.

### Check the explanation

- ☐ Identifies the first demand intercept as the only initial exogenous change.
- ☐ Explains  $P_1 \uparrow$  raises  $Q_2^D$  through  $+P_1$  and therefore  $P_2, Q_2$  rise.
- ☐ Reports  $\Delta P_1 = 1.5, \Delta P_2 = .5, \Delta Q_1 = 4.5, \Delta Q_2 = 1$  with suitable units.
- ☐ Notes that the coefficient matrix remains fixed in a linear system.

## ME-09-S1 Solution

$$P^* = (30 + 6)/3 = 12; Q^* = -6 + 12 = 6$$

Solve the original equilibrium.

Talep  $30 - 2 \cdot 12 = 6$  ile arz aynı sonucu verir; miktar pozitifdir.

$$A: P^* = (36 + 6)/3 = 14; Q^* = -6 + 14 = 8; \Delta P = 2, \Delta Q = 2$$

A higher demand intercept raises both outcomes.

Her fiyatta talep 6 birim artar; değişmeyen arz üzerinde yeni denge daha yüksek fiyat ve miktardadır.

$$B: P^* = (30 + 9)/3 = 13; Q^* = -9 + 13 = 4; \Delta P = 1, \Delta Q = -2$$

A larger  $c$  reduces supply at each price.

Başlangıç  $a = 30$  kalır. Arz kesişimi  $-6$ 'dan  $-9$ 'a iner; bu yüzden fiyat artarken işlem miktarı azalır.

## Model English interpretation

In experiment A, demand is higher at every fixed price, so movement along unchanged supply raises equilibrium price from 12 to 14 and quantity from 6 to 8. In experiment B, increasing  $c$  lowers supply at every fixed price; the market therefore clears at a higher price, 13, but a lower quantity, 4, holding the other parameters fixed.

## Türkçe reasoning

İki deneyde de fiyat artmasına rağmen miktar yönleri farklıdır; bu ayrım şokun talep mi arz mı tarafından geldiğini gösterir. “ $c$  arttı, arz arttı” yanlış olur çünkü yapısal denklemin işareti  $-c$ ’dir.

## Check your explanation

- ☐ States that  $a \uparrow$  increases demand at each fixed price.
- ☐ States that  $c \uparrow$  decreases supply because  $Q^s = -c + dP$ .
- ☐ Gives  $P \uparrow Q \uparrow$  for A and  $P \uparrow Q \downarrow$  for B.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

## ME-09-S2 Solution

$$A - 2I = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}; \det = 1 \cdot 2 - 1 \cdot 2 = 0$$

The first shifted matrix is singular.

Herhangi bir  $C$  ile çarpılırsa ikinci satır birinci satırın iki katı olur.  $I$ ’nin satırları bu ilişkiyi sağlamaz; dolayısıyla böyle bir  $C$  yoktur.

$$B - 2I = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \det = 0$$

The second shifted matrix is also singular.

Her  $D$  ile çarpımın ikinci satırı sıfırdır;  $I$ ’nin ikinci satırı  $[0,1]$  olduğundan böyle bir  $D$  de yoktur.

$\det(A) = 10 \neq 0$ ;  $\det(B) = 4 \neq 0$ , yet both shifted matrices are singular.

Original invertibility does not survive every shift.

Kontrol edilen nesne  $A$  veya  $B$  değil  $A - 2I$  veya  $B - 2I$  olmalıdır. Örnek bu ayrımı özellikle görünür kılar.

## Model English interpretation

The matrices multiplying the unknowns are  $A-2I$  and  $B-2I$ , not  $A$  and  $B$ . Both shifted matrices are singular, so neither can produce a two-sided identity inverse; their row structures also directly rule out the requested products. Since no economic variables or units are attached to these matrices, the conclusion is algebraic and no price, income or welfare interpretation is justified.

## Türkçe reasoning

Ekonomik yorum yapmak her sayıya ekonomik bir etiket uydurmak değildir. Modelin değişken tanımları yoksa dürüst sonuç cebirsel sonuçtur. Gerçek ekonomik modelde tekliklik, dengeyi tek biçimde belirleyemeyen veya tutarsız bir denklem yapısı anlamına gelebilir; hangi durum olduğu sağ tarafla birlikte incelenir.

## Check your explanation

- ☐ Identifies  $A-2I$  and  $B-2I$  as the relevant coefficient matrices.
- ☐ Uses zero determinants or row structure to rule out identity products.
- ☐ Does not invent prices/incomes for unlabeled matrices.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

## ME-09-S3 Solution

$$P^* = (8+10)/(4+2) = 18/6 = 3; Q^* = 8 - 4 \cdot 3 = -4$$

The unique intersection lies at a negative quantity.

Arzda kontrol  $-10 + 2 \cdot 3 = -4$  verir. Cebir tutarlıdır, fakat negatif işlem miktarı istenen ekonomik alanın dışındadır.

$$Q^* \geq 0 \Leftrightarrow (2a-40)/6 \geq 0 \Leftrightarrow 2a-40 \geq 0 \Leftrightarrow a \geq 20$$

Use the positive denominator to preserve the inequality direction.

$6 > 0$  olduğundan payın en az sıfır olması gerekir.  $a=20$  sınırdaki  $Q^*=0$ ; gerçekten pozitif ticaret için  $a > 20$  gerekir.

$$\text{At } a=20: P^* = (20+10)/6 = 5; Q^* = 0$$

Check the boundary directly.

Talep  $20 - 4 \cdot 5 = 0$  ve arz  $-10 + 2 \cdot 5 = 0$  olur. Modelin pozitif miktar bölgesine girişi bu sınırdan başlar.

## Model English interpretation

The equations have a unique algebraic intersection at  $P=3, Q=-4$ , but it is not economically admissible when traded quantity must be nonnegative. Positive parameters ensure  $b+d>0$ , not  $ad-bc>0$ . With the given slopes and supply intercept, nonnegative trade requires  $a\geq 20$ , while strictly positive trade requires  $a>20$ . The issue is economic feasibility, not failure of the algebra.

## Türkçe reasoning

Bir çözümü bulmak, onu ekonomik denge olarak kabul etmekten önceki adımdır. Negatif miktar bulununca matematiği değiştirmeyiz; modelin tanımlı ekonomik alanında bu kesişimin kabul edilemediğini söyleriz. Pozitif parametreler sadece bazı işaretleri garanti eder; miktar için  $ad-bc$  ayrıca kontrol edilir.

## Check your explanation

- ☐ Reports and checks the algebraic intersection.
- ☐ Assesses the sign of traded quantity without pretending the algebra failed.
- ☐ States separate weak and strict conditions for nonnegative and positive trade.
- ☐ Explains the role of  $ad-bc$  rather than relying only on parameter positivity.

Identify the first wrong or unexplained step. Repair that step on your attempt page; do not copy the whole solution.

[Retry from the blank problem](#)

## Concept check answers

### ME-09-C1 Answer B

At fixed  $P$ ,  $\partial Q^s/\partial c = -1$ . This is a supply contraction.

Aynı fiyatta arzın azaldığını doğrudan denklemden okuruz. Grafik yönünü açıklarken eksenleri ayrıca belirtmek gerekir.

**If you chose differently:** Compare the old and new value of  $-c+dP$  at the same  $P$ .

$c$  yerine daha büyük bir sayı yazınca  $-c$  daha küçük olur.

### ME-09-C2 Answer B

$BA$  is  $3\times 4$  and  $CB$  is  $1\times 2$ ; either grouping gives a  $1\times 4$  result.

$(1\times 3)(3\times 4)$  ve  $(1\times 2)(2\times 4)$  çarpımları tanımlıdır.  $AB$ 'de ise 4 ile 3 eşleşmediği için çarpım tanımsızdır.

**If you chose differently:** Check one adjacent pair at a time.

Parantez değişebilir;  $A, B, C$  sırası değişemez.

### ME-09-C3 Answer A

Subtracting  $2I$  changes the matrix and can change its invertibility.

Örneğin  $B = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$  için  $\det(B) = 4$  iken  $B - 2I = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 3 & 0 \end{bmatrix}$  determinanı sıfırdır. Önce yeni matris kurulur, sonra yeni determinant hesaplanır.

**If you chose differently:** Name the matrix multiplying  $C$ .

$C$ 'nin solundaki bütün ifade tek bir katsayı matrisi olarak düşünülür.

**ME-09-C4 Answer A**

The sign describes one named exogenous change, holding the remaining parameters fixed.

Türev hangi parametreye göre alındıysa yalnızca o deneyin yönünü açıklar. Zaman dinamiği veya diğer parametrelerin etkisi hakkında otomatik sonuç vermez.

**If you chose differently:** Read both the numerator and denominator labels of the derivative.

$\partial P^*/\partial a$ , P'nin a'ya duyarlılığıdır; t'ye veya d'ye göre türev değildir.

## Reflection and a second attempt

For each skill, mark: not yet / with help / alone. "Alone" means you can demonstrate it with the explanation closed.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can derive and interpret all eight market derivatives.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can read a graph with its actual axes rather than relying on shift labels.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can solve both markets with Cramer and inverse methods and retain exact fractions.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can test the shifted matrix itself and verify an identity product.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can preserve matrix order while changing grouping.

☐ Not yet ☐ With help ☐ Alone

I can distinguish a mathematical solution from an economically admissible equilibrium.

İşaret, büyüklük, birim, varsayım ve mekanizmayı birlikte açıklayabiliyorum. Kaynaktaki yuvarlamaları, etiket sürçmelerini ve tekrar fotoğrafları doğru çözümden ayırabiliyorum; çözüme ekonomik anlam verirken modelin söylemediğini uydurmuyorum.

The first step I could not explain, and the check I will use next time

Next attempt: problem ID and date

Progress is manual. Keep the first attempt visible; use a new page or a different pen colour for the retry.

## Source scope

High-resolution visual verification of pp47-49 plus p46 market bridge and p50 overflow. All source diagrams, equations, prompts, intermediate matrices and assumptions accounted for. Exact source market values and matrices preserved; corrected premature rounding and an incomplete inverse line explicitly. Both CBA groupings numerically completed as original explanatory extension. p50 is inspected overflow, not a missing unit. Original W1/S1-S3 are clearly distinct and include English economic interpretation prompts, criteria and model answers.

## Independent reconstruction

Choose any problem ID. Close the teaching and solution sections. Rebuild the model and check the result from the original data.

Problem ID \_\_\_\_\_ Date \_\_\_\_\_

## Model and calculation

## English interpretation and conditions